INSTITUTIONES PHILOSOPHICÆ AD STUDIA THEOLOGICA POTISSIMUM...

François Jacquier



£.60



INSTITUTIONES PHILOSOPHICÆ
AD STUDIA THEOLOGICA POTISSIMUM ACCOMMODATÆ,

AUCTORE

FRANCISCO JACQUIER

EX MINIMORUM FAMILIA
PRIMARIARUM PER EUROPAM
ACADEMIARUM SOCIO,

IN LYCEO ROMANO, ET IN COLLEGIO
URBANO DE PROPAGANDA FIDE
PROFESSORE.

TOMUS QUARTUS

Quo Physicæ Pars Prima sive Physica Generalis continetur.





VENETIIS MDCCLXII.
SIMONIS OCCHI CURIS,
Superiorum permissu, ac Privilegio.

AUCTOR LECTORI.

AD eam tandem pervenimus Philoſophiæ partem, quæ *Phyſica* ſeu *Scientia naturæ* appellatur, præſtantiſſimam ſane diſciplinam. De hoc præclariſſimo ſtudio duas invenio omnino quidem injuſtas hominum opiniones. Alii huic ſtudio unice addicti, totique, ut ita dicam, mancipati, in aliis diſciplinis haud ſupra vulgus ſapiunt, hanc ſolam, quam profitentur & amant ſcientiam, ſummopere prædicant, cunctaque præterea doctrinæ genera faſtidioſe contemnunt. Alii Phyſices ſtudium tanquam incertum & inutile arrogantius & temere traducunt, imo velut prophanum proſcribunt & *Eccleſiaſticis* viris vix concedendum. Primam opinionem, quæ quidem error eſt perniacioſiſſimus, neceſſe non eſt ut fuſius refellam. Et certe nemo neſcit ad tria capita generatim revocari omnes, quantum patent, humanas cognitiones; Dei enim & animæ noſtræ contemplatione, atque corporum, ſive naturæ obſervatione ſtudia omnia noſtra continentur. Quod Dei contemplationem ſpectat, ſacram ſcilicet Theologiam; Ecquis æquus rerum æſtimator divinam hanc ſcientiam, ſcientiarum omnium Reginam & magiſtram, cæteris omnibus diſciplinis infinita laude non anteponet? Ecquis etiam niſi perditiſſimus homo in cælum non feret ſanctiorem illam diſciplinam quæ circa noſmetipſos verſatur, quæ de moribus agit, quæ certiori caſtiorique doctrina præclaris virtutibus animum excolit, atque ad honeſtatis, ad officii, ad religionis amorem traducit?

Hæc quidem duo ſunt divina omnino &

omnium longe utilissima studia, quibus ad purissimum omnis veritatis scientiarumque omnium fontem D. O. M. & rerum majestate & morum sanctitate propius accedere docemur, quoad humani generis patitur imbecillitas.

Nec tamen sua dignitate & utilitate defraudari debet vera & solida Physicæ ratio, in qua non infinitæ de voculis atque nugis controversiæ disceptantur, sed, ut paucis multa complectar, quæ cælo, terra marique geri atque administrari videmus, quantum pro ingenii nostri mediocritate licet, explicantur. Neque hæc nuda & simplici mentis contemplatione aut conjecturis innixa, sed accurata ratiocinatione & captis sæpius experimentis demonstrata. Fructuosissimam esse accuratiorem hanc naturæ considerationem eamque ad omnipotentis ac perfectissimi autoris cognitionem nos evehere & ad divinas laudes excitare si quis negaverit, is statim ex S. Scripturæ auctoritate refelletur, atque hanc Isaiæ reprehensionem audire merebitur cap. v. vers. 12. *Opus Domini non respicitis, nec opera manuum ejus consideratis*. Verum qui in contemplandis divinis operibus nullum tempus, nullam attentionem collocat, is sane Physicæ pretium omnino ignorat, divinorumque operum gloriam & majestatem obscurius intuetur; atque ea de causa fit ut aliqui rerum Physicarum nihil aut parum studiosi alias quidem Philosophiæ partes commendent, Physicam autem aspernentur, in quo quidem non mediocriter peccare videntur. Quam autem sinistra sit & temere concepta hæc opinio, ex ipsa rerum explicandarum serie melius quam sermone ullo licebit intelligere; interim tamen singula harum Institutionum capita per-

cur-

currere & doctrinæ utilitatem breviter & digito, ut ita dicam, commonſtrare non abs re erit.

Ab *extenſione* & *impenetrabilitate* Phyſices generalis initium facere ſolent plerique hujus diſciplinæ magiſtri; Ego autem ab hac vulgari conſuetudine aliquantulum deflectens, univerſales corporum vires, ſeu potius effectus primum explicabo, & vocabulorum quibus nulla vis, nulla notio perſæpe ſubjecta eſt, ambiguitatem omnem clara nitidaque definitione amoveri curabo diligenter. Itaque vim *inertiæ*, vires *centripetas* & *centrifugas*, *gravitatem* & *attractionem* accurate conſiderabo, utiliſſimum ſane argumentum quo cuncta prorſus naturæ effecta continentur. Hinc doctrinæ ordo poſtulat ut effectus ipſos inde oriundos, æquilibrii ſcilicet, variorumque motuum leges contemplemur. Ex his tandem veluti gradibus deducimur ad univerſales corporum proprietates quæ Phyſicæ generalis meta ſunt ac terminus. Maxima ſane voluptate afficientur adoleſcentum animi, quum tot admiranda acutiſſimorum hominum inventa cognoſcent quibus Phyſica maximum cepit incrementum, & quamplurima ad uſus vitæ excogitata. Hæc autem tot tantaque commoda fuſius declarare ſupervacaneum eſt; ſingulis enim capitibus ſua adjungitur appendix in qua uno veluti intuitu obſervare licebit non quidem utilitates omnes, ſunt enim innumerabiles, ſed aliquas tantum, atque etiam in rebus Theologicis, quem quidem uſum vix ſuſpicantur aliqui. Hanc vero tradendæ Phyſicæ rationem nemo, ut puto, improbabit; cum præclariſſimi ſtudii amorem ſtudioſæ juventuti inſtillare poſſit, quantum unicuique pro vivendi inſtituto & ratione licet; ſua enim ſunt diverſis vitæ conditionibus officia, quibus deeſſe nefas.

Universalibus corporum proprietatibus in Physica generali explicatis, jam progrediendum est ad Physicam *particularem* in qua varia specierum individua observantur, variæque species considerantur. Latissime quidem patet Physicæ particularis amplitudo naturamque omnem amplectitur; sed tot tantaque scire datum non est mortalibus, in tam immensa rerum varietate Physicis pauca, ut ita dicam, delibare licet. A corporum *fluiditate* Physices particularis sumam exordium; corporum fluidorum *pressionem*, *motum*, *resistentiam* explicabo. Ad fluida *elastica* deinde progressum faciam, *aerisque* proprietates considerabo. Jam rectus docendi ordo exigere videtur ut *luminis* doctrinam variasque affectiones statim subjungam. Ex his autem ad corpora *cælestia* assurgam, doctrinamque Astronomicam & varias illius partes sedulo explanare conabor. Neque prætermittam quæ cum Astronomia necessaria vinculo conjuncta sunt, *Chronologiæ* & *Kalendarii* elementa, variasque *Cyclorum* & *Periodorum* rationes accurate demonstrabo. Ita autem tellus nostra cum cælo colligata est ut de *Geographia* sine Astronomiæ subsidio vix quidquam statui possit; itaque ex Astronomia ad Geographiam, &, ut ita dicam, e cælo in terram pedem referam. Igitur cum Astronomia stricte connecti debent Chronologia & Geographia quas Astronomiæ *filias* merito appellant aliqui. Explicata Geographia, suadet ipsa rerum naturæque series, ut corpora illa quæ in Telluris superficie oculis nostris obversantur, primum consideremus; deinde vero ad ea quæ in terræ gremio latent, descendamus. Quare de *animalibus*, *arboribus*, *plantis*, *metallis*, *fossilibus*, aliisque id genus plurimis distincte

sermo

ſermo habebitur. Tandem quia ex ipſis terræ viſceribus perpetuo avolant plurima, magna quidem varietate, effluvia, quæ in aerem ſublata, varias conſtituunt phænomenωn ſpecies; ea denique contemplabimur quæ in aeris regione aguntur, *imbres*, ſcilicet, *grandinem*, *nivem*, *ventum*, *tonitrum*, aliaque *meteωra*, & Phyſicæ particulari, Deo juvante, finem imponemus. Singulorum capitum utilitatem ſuo loco opportune adjungemus, ut factum eſt in Phyſica generali; interea tamen, ut alia plurima omittam hujus doctrinæ emolumenta quæ omnibus obvia ſunt, unum hic attingere ſatis erit quod noſtris auditoribus Theologiæ ſtudioſis maxime convenit. Aſtronomiæ & Chronologiæ doctrinam cum Hiſtoria ſacra & prophana conſociandam eſſe. Si quis in dubium vocaverit, excellentes de his rebus evolvat libros, ſuam in graviſſimis etiam magnique momenti controverſiis, imperitiam, ſi ingenuus fuerit, fateri non dubitabit. Cæterum ex iis quæ hactenus breviter attigi, ſatis intelligitur quos mihi lectores velim; eos ſcilicet Arithmeticæ & Geometriæ elementis probe imbutos eſſe oportet. Ut autem præ manibus ea omnia habeant, quæ ad noſtras Inſtitutiones ſunt neceſſaria, Arithmeticam & Geometriam tali ſtudio adornavi, ut nihil nimis & nihil minus quam neceſſe ſit contineant. Unum aliud a ſtudioſis adoleſcentibus maxime exoptarem ut Arithmeticam & Geometriam Logicæ etiam ſtudio præmitterent; Etenim Arithmeticæ & Geometriæ principia, ob firmam & perpetuam veritatis poſſeſſionem, aptiſſima ſunt ad mentis aciem expoliendam, Logicam naturalem perficiendam, rectamque methodum conciliandam.

Nec

Nec me reprehendat aliquis quod hac nostra ætate, his cultioris sublimiorisque Physices temporibus, minus difficiles Institutiones tradere & proponere audeam. De me quidem modeste, ut par est, sentio, non tamen nimis demisse, quod quidem fictæ & affectatæ, quam abhorreo, foret humilitatis. At in reconditiori Physica me omnino peregrinum & hospitem non esse, demonstratum confido & iis quæ jam edidi operibus, & aliis quæ apud me premo, possem confirmare. Verum doctos quidem se probant illi Physicæ magistri qui intricatissima Physices *Theoremata* Tyronibus explicare laborant; mea tamen sententia, rem faciunt non valde utilem, præsertim si frequentior sit auditorum numerus, & adolescentum mentes doctrinæ difficultate magis obruere quam erudire videntur.

Sed quidquid sit de nostrarum Institutionum successu, meam saltem propensissimam voluntatem benigne excipiant studiosi adolescentes, quorum utilitati hunc meum qualemcumque laborem sincere & ex animo consecravi. Porro ab iis hunc unum, solumque expetendum vehementer exopto operæ meæ fructum, ut nempe utilissimum studium alacriter suscipiant, non quidem ad gloriam & doctrinæ ostentationem, sed ad tuendam insinuandamque Religionem. Neque tamen respuenda est doctrinæ fama, dummodo inde absit gloriæ, honorum & lucri cupiditas. Persæpe enim feliciter contingit ut vulgaris etiam, nec admodum sublimis rerum Physicarum cognitio apud gentes minus cultas, nominis splendorem atque autoritatem conciliet. Hac fortunatissima oblata occasione utendum est, & de Religione sermones miscendi;

ſcendi; hæ quidem honeſtæ ſunt & omnino licitæ artes; ſed tamen præcedat morum vitæque exemplar, atque enixe imploretur divinæ gratiæ auxilium; nam, ut ait S. Auguſtinus in epiſtola ad Sixtum: *Reſtat ut ipſam fidem unde omnis juſtitia ſumit initium, non humano tribuamus arbitrio nec ullis præcedentibus meritis ... ſed gratuitum Dei donum eſſe fateamur.*

Antequam ex hoc ſermone ad Phyſicam tranſitum faciam, monendum ſupereſt, pro majori commoditate, modo telluris motum, modo quietem a me adhiberi. Cæterum me obedire profiteor Sanctæ Romanæ Eccleſiæ quæ ſapientiſſime omnino prohibuit, ne hypotheſis Copernicana tanquam *Theſis* defenderetur.

APPROBATIO.

REverendiſſimo Patri Thomæ Auguſtino Ricchinio Ordinis Prædicatorum Sacri Palatii Apoſtolici Magiſtro ſatis facturus legi uti ſtudioſe, ſic etiam libenter egregium opus, cujus hæc eſt inſcriptio: *Inſtitutiones Phyſicæ* &c. In eo autem nihil me teſtor, deprehendiſſe, quod Chriſtianæ, orthodoxæque Religionis decretis, rectæque morum inſtitutioni minus eſſe conſonum videretur. Imo vero ſi non omnia ordine, accurate, graviter, dilucide denique, quod & auctori peculiare, in eo tradita me vidiſſe dicerem, certe mentirer. Id opus igitur, quod cum ob ſeriem rerum, quas continet, univerſam, tum maxime ob corollaria, quæ in extremo quoque

que

que capite leguntur, non ſtudioſis adoleſcentibus modo, ſed etiam eorum Magiſtris utile imprimis proſpicio futurum, dignum eſſe ajo, quod in lucem quam primum prodeat.

Dabam Romæ ex Monaſterio S. Mariæ Novæ die 27. Menſe Auguſto ann. 1760. D. ALOYSIUS STAMPA *Abbas Olivetanus, Promovendorum ad Epiſcopatum Examinator, & in Collegio Urbano de Propaganda Fide Studiorum Præfectus.*

INDEX.

PARS

Pars Prima Physicæ.

Art.

INSTITUTIONES PHYSICÆ.

IN UNIVERSAM PHYSICAM *PROŒMIUM.*

CAPUT PRIMUM.

De natura & divisione Physices.

I. P*HYSICA* dicitur illa Philosophiæ pars, quæ corporis naturalis proprietates expendit. In hac autem definitione probe notari debent verba *corporis naturalis*, quæ quidem apposite omnino dicta fuere, ut quæstiones plurimæ, quæ in sacra Theologia opportunius tractantur ad hanc divinam scientiam reserventur. Itaque quidquid in corporibus præter consuetum naturæ ordinem, & per miraculum contingit, Physicorum contemplationi, & disputationi subjacere non debet. Hinc Physica definiri etiam solet *Philosophia naturalis*, vel *scientia naturæ*.

II. Duplicis generis proprietates in Corporibus generatim distinguuntur. Aliæ sunt proprietates omnibus Corporibus communes, quæ nempe deprehenduntur in omnibus Corporibus, quæ nostris experimentis, vel observationibus subjici possunt, atque ideo proprietates illæ dicuntur *universales*. Aliæ autem proprietates in certis dumtaxat Corporum speciebus observantur. Rursus autem proprietates universales, vel eædem in Corporibus perpetuo manent, vel per gradus crescunt, atque decrescunt, hoc est,

ut loquuntur Scholaſtici : *Suſcipiunt magis vel minus*. Ad primam proprietatum univerſalium claſſem pertinent : *Extenſio*, *impenetrabilitas*, *vis inertiæ*, *mobilitas*, *quietis & figuræ poſſibilitas*, ſive, ut vulgo dicitur, *quieſcibilitas*, & *figurabilitas*. Ad ſecundam claſſem referuntur, *vis gravitatis*, & *vis attractionis*. Has enim vires juxta certam legem decreſcere demonſtrabimus. Quod ſpectat proprietates ſpeciales, eas ſcilicet, quæ certis dumtaxat Corporibus conveniunt, has enumerare non licet; tot enim ſunt, quot diverſæ Corporum ſpecies. Ad proprietatum illarum ordinem pertinent, *fluiditas*, *elaſticitas*, *pelluciditas* &c. Hic autem cavendum eſt ne proprietates univerſales cum eſſentialibus confundantur; fieri enim poteſt, ut in Corporibus certas perpetuo obſervemus qualitates, quæ tamen ad ipſam Corporum eſſentiam non pertineant. Itaque monendi ſunt ſtudioſi adoleſcentes, ut Corporum proprietates illorumque effectus accurate contemplentur, quæſtiones autem Scholaſticas, quæ de proprietatibus eſſentialibus agitari ſolent, non multum curent; ex his enim nihil, vel parum utilitatis ſperandum eſt; hujus moniti rationem explicavimus in Logica.

III. Pro duplici proprietatum genere duplex eſt Phyſicæ pars. Alia eſt Phyſica *generalis*, quæ univerſales corporum proprietates conſiderat : alia autem eſt Phyſica *particularis*, quæ certas dumtaxat Corporum ſpecies expendit. Ex hac diviſione patet ampliſſimum eſſe Phyſicæ campum, & ad omnes fere ſcientias naturales extendi. Quia vero tam multa ſcire datum non eſt mortalibus, pro temporis brevitate, & humani ingenii limitatione, vaſtiſſimum illud argumentum intra juſtos limites coercere ſolent cultiores Phyſici. Itaque in Phyſica gene-

nerali explicabimus universales Corporum proprietates ; deinde ad Physicam particularem gradum facientes eas primum considerabimus præcipuas corporum species , quæ per experimenta nobis innotescunt ; & tandem ad remotiora Corpora assurgemus , quæ observationibus quidem , non autem experimentis subjici possunt . Sed hæc generatim dicta sint de Physices divisione ; singula enim hujus divisionis capita suo ordine , deinde rursus dividemus , & explicabimus .

IV. Physica sive generalis, sive particularis, vel est *experimentalis* , vel *theoretica* . Physica experimentalis ea est , quæ Corporum proprietates & effectus , experimentorum atque observationum ope ostendit . Physica autem theoretica ea dicitur , quæ non solum experimenta , & observationes adhibet , sed iis etiam ad inveniendos , vel explicandos naturæ effectus ratiocinando utitur . Probe autem distingui debent observationes & experimenta ; si nempe quidpiam attentius speculamur , quod natura nulla vi artis coacta demonstrat , ille speculandi actus non *experimentum* , sed *observatio* appellatur ; contra autem physicum experimentum est tentamen , quo Artificis industria, atque opera exploratur , & ob oculos ponitur aliqua naturæ actio , quæ antea latebat , & lateret postea nisi eadem a natura velut invita per artem exprimeretur ; e. g. Cælum obducitur nubibus , nulla nostra opera interveniente . Si ergo nubes præsentes attente intuemur , Cælum nubibus obductum *observare* dicimur ; at si ope anthilæ pneumaticæ ex globo metallico cavo aer educitur , ut deinde globus ad stateram appensus examinetur , *experimentum* facere dicimur . Quia vero *phenomenum* appellatur id omne , quod sensibus conspicuum est , patet ex-

perimentis, & observationibus commune esse phenomeni nomen.

V. Ex his intelligitur, quid inter Physicam pure experimentalem, & Physicam theoreticam intercedat; experimentum *ratio* non est, sed *factum*, & vi experientiæ tantummodo cognoscitur effectum aliquem ita se habere; at per Physicam theoreticam non solum effectus causa explicatur, sed etiam veritates universales colliguntur, & in re aliqua data in quolibet simili casu conclusiones statuuntur. Itaque Physica experimentalis est Physica *factorum*, Physica autem theoretica est *factorum* explicatio. Hinc ut sua laus unicuique juste tribuatur, Physica mere experimentalis commendari quidem debet, sed manus magis quam ingenii dexteritatem postulat, atque optandum maxime foret, ut qui manuum industria pollent, solam experientiam tractarent: alii vero qui meliori, nobiliorique sagacitate, ingenii scilicet, præditi sunt, partem theoreticam sibi assumerent, & ita conjunctis viribus ad Physices progressum conferrent.

VI. Quamvis Physica theoretica in effectibus explicandis occupata sit, cavere tamen maxime debent Physici ne effectuum causas temerario proferant; igitur, ut totus Physices scopus intelligatur, quid *causæ Physicæ* vocabulo significari velim, clare exponam. Deus est prima, & unica rerum omnium causa; verum antequam ad primam alicujus effectus causam perveniamus, plurimæ aliquando percurrendæ sunt intermediæ causæ, ita ut effectus alicujus causa, non tam causa dici debeat, quam effectus alius, qui suam quoque habet causam, donec tandem perveniamus ad effectum, qui nullam agnoscat causam præter Deum, vel ipsam corporum naturam; rem exemplo illustra-

stra-

ſtrabimus: gravium deſcendentium legem accurate demonſtrant Phyſici; hujus deſcenſus cauſa eſt *gravitas*, quam velut effectum ex alia cauſa oriundum conſiderant plurimi Phyſici. Itaque licet corporum deſcenſus proxima cauſa nota ſit, gravitas nempe, ignota tamen eſt cauſa remota, ſive cauſa gravitatis; quare ut plurimum ſiſtendum eſt in cauſis proximis, nec remotiores cauſæ afferri debent, niſi fuerint perſpicue cognitæ; inde autem ſit ut in rebus phyſicis multa confuſio perſæpe oriatur. Quæ cum ita ſint, jam evidens eſt in Phyſica theoretica confidenter oſtentandas non eſſe cauſas ultimas, ſed ſatis eſſe proximas, vel remotas, quæ clare innoteſcere poſſunt; & quidem ulterior cognitio exiguæ admodum eſſet utilitatis: Si enim deſcenſus leges demonſtraverit Phyſicus, ſi effectus gravitatis æſtimare, & ad calculum revocare noverit, eadem in humanam ſocietatem redundat utilitas, etiamſi gravitatis cauſa nos lateat. Itaque probe tenendum eſt eum eſſe debere melioris Phyſicæ ſcopum, ut nempe varii effectus probe obſerventur, accurate æſtimentur, & ad noſtram utilitatem transferantur. Ut autem hunc ſcopum pro mea tenuitate attingam, ſingulis Phyſices Capitibus in varios articulos juxta methodi regulas opportune dividendis Appendicem adjungam de uniuſcujuſque Capitis utilitate, vel in artibus, vel in aliis etiam diſciplinis.

CAPUT II.

De regulis philoſophandi.

QUatuor primariis regulis comprehendi ſolet univerſa philoſophandi ratio, quaſ-

quidem regulas, utpote in rebus physicis utilissimas fusius explicabimus.

REGULA PRIMA.

Effectuum naturalium causæ non plures sunt admittendæ, quam quæ & vere sunt, & effectibus explicandis sufficiunt.

HÆC regula multas complectitur partes seorsim declarandas; & 1. quidem oportet causam esse veram, ideoque excludi debent non solum causæ commentitiæ, quas existere repugnat, sed etiam causæ mere possibiles; itaque satis non est, ut causa aliqua possit existere, sed etiam oportet ut revera existat. Licet igitur philosophicarum hypotheseon absurditatem, & repugnantiam demonstrare non possimus, si tamen nulla ratiocinatione, nullis experimentis, aut observationibus probari possint, eas e Physica longe exulare jubemus. Ceterum hanc primam regulæ partem ex aliis sequentibus regulis clarius licebit intelligere. 2. Oportet ut causa sufficiat, hoc est, singulis effectus explicandi partibus, & circumstantiis debet satisfacere; alioquin tota non haberetur effectus causa. 3. Tandem non plures admittendæ sunt causæ, quam quæ satis sunt; etenim receptum est in omnibus disciplinis principium: *Entia non sine necessitate esse multiplicanda, nec fieri debere per plura, quod potest fieri per pauciora.* Ceterum evidens est huic regulæ præmittendam esse certissimam effectus cognitionem, nec aggrediendam esse, quod tamen persæpe fit, effectus alicujus explicationem, nisi effectum ipsum existere certo constiterit. Ita Plutarchus olim hanc sibi proposuerat quæstionem: *cur*

pul-

pulli equini, *ſi a lupis fuerint inſectati*, *velocius currere ſoleant*: variis explicationibus quæſitis veram tandem ſolutionem proponit: *Sed id*, inquit, *fortaſſe verum non eſt*.

REGULA SECUNDA.

Effectuum naturalium ejuſdem generis eædem ſunt cauſæ.

HÆC ſecunda regula, quæ *analogia naturæ* ſolet appellari, ex prima facile derivatur. Etenim per primam regulam, natura ſimplex eſt, & ſibi ſemper conſona, neque ſuperfluis cauſis redundat. Porro effectus ejuſdem generis ſive omnino ſimiles, diverſis cauſis tribui, naturæ ſimplicitati omnino repugnat. Ita gravium deſcenſus in Europa, & America eidem cauſæ tribuendus eſt. Pari ratione cum in omnibus hominibus eadem reſpirationis inſtrumenta demonſtrent obſervationes anatomicæ, eamdem eſſe in ſingulis reſpirandi cauſam merito concludimus. Nulli exceptioni obnoxia eſſe poteſt hæc regula; quod autem incautos Philoſophos in errorem aliquando inducat, id fit ex ipſius regulæ abuſu; præcipiti nempe judicio perſæpe credimus ſimiles eſſe effectus, qui tamen ſunt inter ſe diverſiſſimi. E. G. Venti præſeferunt analogiam quamdam, ventoſque ſingulos, tanquam effectus ejuſdem generis facile ſibi perſuaderet, qui ſingulas circumſtantias variaſque conditiones accurate non conſideraret. Cavendum ergo eſt diligenter ne ex caracteribus mere externis, de perfecta effectuum ſimilitudine audacter pronuntiemus. Ita plantæ quædam lethales externam plantarum ſalubrium ſpeciem imitantur, ſed principio quodam interno, & non facile conſpicuo

inter se maxime differunt. Sæpe etiam miramur improvisum alicujus causæ effectum, alium plane diversissimum expectantes. Hæc autem effectuum diversitas proculdubio tribui debet causarum varietati, & subtilissimæ conditioni nobis imperviæ. Itaque id summopere curandum est, ut nempe certo compertas habeamus omnes effectuum partes, conditionesque singulas; si autem eo pervenire liceat, jam regula extra omnem dubitationem posita est. Immerito igitur hujus regulæ vim enervare conantur aliqui Philosophi. Re quidem vera si de effectuum perfecta similitudine, vel minimum supersit dubium, errori obnoxia esse potest analogiæ regula, atque in hoc casu certissima veritatis norma haberi non debet. Quamvis autem analogia demonstrationis vim non semper obtineat, attamen tantam conciliat probabilitatem, ut non solum in rebus physicis, sed etiam in tota fere vivendi, agendique ratione sine stultitia rejici non possit; ita si domus hodie stet firmissima, crastina die sine ullo timore eamdem domum ingredi possum, si nullum appareat ruinæ indicium, quamvis tamen fieri possit, ut ob causam aliquam latentem præceps ruat ædificium. Huic regulæ innituntur pleræque hominum actiones. Etenim actiones suas secundum experientiam moderantur sapientes homines, in gravissimis negotiis experientia magistra utuntur, & quid agendum sit in casu singulari, judicant ex eo, quod factum fuit in alio casu præterito, cui præsens similis est vel apparet. Manifestum autem est hanc agendi rationem nihil aliud esse, nisi perpetuum hujus regulæ usum.

RE-

REGULA TERTIA.

Qualitates quæ in omnibus Corporibus, in quibus experimenta ſumere licet, ſine ullo earumdem qualitatum incremento, vel decremento obſervantur, pro univerſalibus Corporum qualitatibus haberi debent.

HÆC regula, qua univerſa Phyſica tanquam fundamento innititur, ex analogia naturæ evidens eſt; at non ſine maxima diligentia adhiberi debet. Et 1. Quidem ſatis non eſt experimenta in paucis corporibus haberi, ſed in maximo corporum numero inſtitui debent. Præterea etiam requiritur, ut qualitates illæ incerta lege non augeantur, neque minuantur; qua enim ratione decreſcerent, poſſent quoque minui in infinitum, atque tandem omnino evaneſcere. At ſi qualitates certa lege creſcant, & decreſcant, quales ſunt gravitas & attractio, jam qualitates illæ in omnibus corporibus obſervatæ pro univerſalibus corporum qualitatibus haberi debent, certis tamen gradibus creſcentes & decreſcentes. Hinc patet quodnam ſit diſcrimen inter qualitates, quæ ſine ulla lege augentur atque minuuntur; & qualitates alias quæ certa lege creſcunt, atque decreſcunt. E. G. Calor in certis gradibus creſcit, atque decreſcit; verum gravitas & attractio, certam ſervant diſtantiarum legem, quam deinde conſiderabimus..... 2. Inter proprietates univerſales aliæ diſtinguendæ ſunt, quæ non ſolum per experimenta innoteſcunt, ſed etiam ex ipſa corporis notione colliguntur; aliæ autem per ſenſus tantum, atque experimenta acquiruntur. Quod ſpectat primi generis qualitates, evidens eſt illas competere ſingulis cor-

poribus iis etiam quæ ſenſuum poteſtatem, & vim omnem fugiunt. Quod autem attinet qualitates alias per ſenſus tantum acquiſitas, haud pari jure ad corpora quælibet transferri poſſunt; quod quidem monitum volui, ut altercationes omnes philoſophicas effugerem; in noſtris enim Inſtitutionibus phyſicis nihil affirmare volo, niſi quod omnino negari non poteſt ab iis, qui rem probe tenent atque intelligunt. Ita cum non deſint Philoſophi, qui ſimpliciſſima admittunt materiæ puncta, indiviſibilia, inextenſa, quæ omni carent figura; licet qualitates illas in omnibus obſervemus corporibus, quæ ſub ſenſus cadere poſſunt, minus tamen accurate eaſdem proprietates transferre liceret ad puncta materiæ, quæ ſenſuum noſtrorum limites excedunt; niſi aliunde qualitates illæ ex ipſa corporis notione colligantur metaphyſiciſque argumentis comprobentur. Sed hac de re fuſius diſſerere ad præſentem locum non pertinet; interim monere ſatis ſit præſentem regulam eo quem dixi modo explicatam in dubium vocari non poſſe. Qua enim ratione affirmamus extenſa, gravia &c. eſſe corpora, quæ in terræ gremio alte deliteſcunt, noſtriſque experimentis ſubjici non poſſunt, niſi vi hujus regulæ? & certe non ſine ſumma inſipientia aliquis negaret univerſales corporum proprietates, niſi eas in corporibus ſingulis, manibus tractaſſet, ſuiſque experimentis comprobaſſet.

R E-

REGULA QUARTA.

In Philosophia experimentali propositiones ex phenomenis per inductionem collectæ, non obstantibus contrariis hypothesibus, pro veris aut accurate, aut quam proxime haberi debent, donec alia occurrant phenomena, per quæ aut accuratiores reddantur, aut exceptionibus obnoxiæ.

HAC ultima philosophandi regula statuitur hypothesibus quibuscumque anteponendas esse propositiones ex observationibus, & experimentis collectas. Et quidem cum hypotheses mera sint ingenii figmenta, evidens est propositiones, quæ aliqua observationum, vel experimentorum auctoritate nituntur, præferendas esse puris hypothesibus, quæ nullam habent nisi ipsius ingenii fingentis auctoritatem. Ex hac ratiocinatione manifestum etiam est inductionibus, quæ ex phenomenis derivantur, justam probabilitatem tribuendam esse; eo scilicet accuratior censeri debet inductio, quo plura sunt phenomena quibus satisfacit; si consentiat cum plurimis, habenda est quam proxime vera; si cum omnibus, vera est accurate; si autem contraria occurrant phenomena, restringi debet inductionis veritas. Ad hanc regulam referuntur ea omnia, quæ de opinionum probabilitate, & hypotheseon usu explicavimus in Logica; quare non est quod hujus regulæ explicationi diutius immoremur.

PARS PRIMA PHYSICES, SEU PHYSICA GENERALIS.

SECTIO I.

De universalibus corporum viribus.

AB extensione & impenetrabilitate Physices initium sumere solent plerique Philosophi. At cum virium doctrina ad universales alias corporum proprietates detegendas, atque explicandas breviorem, tutioremque viam aperire videatur, a vulgari Physicæ tradendæ methodo mihi deflectendum esse existimavi. Hic autem de viribus rursus monendum est, quod de causis jam diximus, nempe *vis* nomine, nihil aliud intelligimus, nisi effectum aliquem dato aliquo tempore productum, nec leviter quidem attingere volumus inanissimas quæstiones de virium natura, an sint *entitates* aliquæ corporibus inhærentes, an quodlibet aliud. Itaque ne profligatas veterum Scholasticorum qualitates occultas in scenam revocare videamur, hæc definitio nominis probe tenenda est. Et quidem unusquisque facile experitur, sibi nullam esse virium notionem, nisi effectum aliquem sibi repræsentet. Porro quamvis hæc Sectio de corporum viribus inscribatur, sæpe tamen, data occasione, per alias corporum proprietates excurremus, si nempe rerum perspicuitas, & doctrinæ ordo id postulaverint.

C A-

CAPUT PRIMUM.

De vi inertiæ, plurimisque inde colligendis Physices principiis.

ARTICULUS I.

De vera notione, & existentia vis inertiæ.

I. VIS *inertiæ* dicitur illa proprietas, qua corpora statum suum, vel motus, vel quietis perpetuo tueri conantur. Hujus definitionis partes singulas explicabimus. Non solum corpora statum suum quietis perpetuo servant, seclusis viribus quibuslibet impressis, quod quidem a nemine in dubium vocatur, sed etiam seclusis omnibus impedimentis, statum motus perpetuo retinent, hoc est, si corpus moveatur, moveri perget in infinitum eadem semper velocitate, & in linea recta, nisi causa aliqua corporis directionem, & velocitatem turbaverit. Vim illam in corporibus non sentimus, nisi illorum statum mutare conemur; ille autem conatus ad mutandum corporis alicujus statum dicitur *actio*; at conatus quo corpus aliquod status mutationi resistit, vocatur *resistentia* vel *reactio*. Itaque vim inertiæ, tanquam mere *passivam* habere possunt Physici, qui vis passivæ nomine eam vim intelligunt, quæ ex se nullum exerit effectum, nisi a vi alia excitetur; sed res est levioris momenti, & de nomine minime litigandum est. At vis inertiæ confundi non debet cum vulgatissimo Scholasticorum principio de *indifferentia materiæ ad motum & quietem*; hoc enim principio nihil aliud intelligendum videtur, nisi ad essentiam materiæ non pertinere, ut perpetuo moveatur,

vel

vel perpetuo quiescat ; at inde nullatenus colligitur in motu vel quiete, perpetuo manere corpus, quod movetur vel quiescit, seclusis omnibus impedimentis.

II. Ut tota hæc doctrina in bono lumine collocetur, pauca de motu præmittenda sunt, fusius deinde explicanda. Quamvis ita clara sit, ac perspicua motus notio, ut nulla definitione indigeat, a Physicis tamen definiri solet motus *continua & successiva loci mutatio*. Hic autem locum generatim consideramus, & abstrahimus a loco *absoluto* vel *relativo*, ac proinde etiam a motu *absoluto* vel *relativo*. Velocitas dicitur illa corporis affectio, qua datum aliquod spatium dato tempore percurrit. Rursus velocitas dicitur *uniformis* sive *æquabilis*, si æqualibus temporibus æqualia spatia describantur; secus autem *variabilis* appellatur. Inde autem plurima fluunt consectaria, quæ quidem sunt per se manifesta. Si velocitas uniformis fuerit duplo, vel triplo major &c. erit spatium eodem tempore descriptum duplo, vel triplo majus &c. ac proinde velocitates sunt directe ut spatia. Contra autem si maneat idem spatium, existente velocitate duplo, vel triplo majori &c. erit tempus duplo, vel triplo minus &c. ideoque *velocitates sunt reciproce ut tempora*. Quare generatim si spatium dicatur, S, velocitas, V, tempus, T, erit $V = \frac{S}{T}$ & $TV = S$, hoc est: *Spatia sunt in ratione composita velocitatum & temporum*.

His autem præmissis facile intelligitur, quid sit *quantitas motus*: si corpus aliquod moveatur, singulas ejusdem corporis particulas eadem velocitate moveri necessum est; si enim aliæ irent tardius, aliæ velocius, jam solveretur par-

partium nexus, nec corpus maneret continuum, quod eſt contra hypotheſim. Porro quantitas motus nihil aliud eſt quam aggregatum, ſeu ſumma omnium velocitatum; quare evidens eſt quantitatem motus eſſe productum ex numero partium, ſive ex quantitate materiæ in velocitatem. Si igitur duorum corporum velocitates dicantur V, v, quantitates materiæ Q, q, Spatia iiſdem temporibus percurſa, S, s, quantitates motus A, a, erit $A : a = QV : qv = QS : qs$; ſunt enim velocitates ut ſpatia iiſdem temporibus deſcripta. Jam ſi quantitates motus ponantur æquales, erit $QV = qv$, & $QS = qs$, ideoque $Q : q = v : V = s : S$, hoc eſt: *quantitates materiæ ſunt in ratione reciproca velocitatum, aut ſpatiorum;* quantitas materiæ appellari etiam ſolet *maſſa*, & quantitas motus dicitur etiam *vis motrix;* at ſi nulla habeatur ratio quantitatis materiæ, ſolaque conſideretur velocitas aucta vel retardata, tunc vis illa appellatur vis *acceleratrix* in primo caſu; in altero autem *retardatrix*. His præmiſſis ſit

CONCLUSIO.

DEMONSTRATUR VIS INERTIÆ.

I. Vim inertiæ demonſtrat experientia. Et quidem quod ſpectat corpora quieſcentia, ea in quiete perpetuo manere obſervamus, niſi vi aliqua ad motum concitentur. Si autem aliquando ignota vi corpus moveri contingat, id tamen non ſine latente vi aliqua fieri, ex analogia naturæ jure optimo concludere debemus, & revera exiſtit motus cauſa, licet ſenſus noſtros fugiat, & nulla aliquando fortaſſe detur cauſa corporea, quod quidem probe notandum eſt. Etenim quamvis ſine alio corpore impellen-

lente corpora non moveri ut plurimum obſervemus, analogiæ tamen lege abuteretur, qui corpora nulla ſine alterius corporis impulſu unquam moveri pronuntiaret. Et certe ſi gravitatis cauſam attente quis meditatus fuerit, eam ab aliquo corpore repetendam eſſe non facile concedet, quinimmo in contrariam Nevvtonianorum opinionem propenſior erit. Sed hac de re data opera deinde ſermonem habebimus.

Quod ſpectat corpora ad motum ſemel concitata, ea in motu diutius perſeverare obſervamus, quo magis de medio tolluntur impedimenta. Quare ſi ita removeri poſſint obſtacula omnia, quæ ſane ſunt plurima, ut nullæ omnino ſint vires retardatrices, merito aſſerere poſſumus perpetuum futurum eſſe corporum motum. Pari ratione affirmare licet motum perpetuo futurum eſſe uniformem & rectilineum; diminutis enim impedimentis, ad uniformitatem & rectilineam directionem corpus magis tendere deprehenditur. Si globus aliquis eximie perpolitus in ſuperficie plana probe lævigata incedat, in linea recta progredi videtur, neque ad dexteram declinans, neque ad ſiniſtram, donec tandem motus extinguatur aſperitate plani aliiſque impedimentis, quæ nulla vitari poſſunt hominum induſtria; at quo pauciora manent impedimenta, eo magis experimenta ad veritatem accedunt.

Doctrinam hanc variis exemplis illuſtrare non abs re erit. Corpus in navigii tabulato conſtitutum quieſcit, manente navigii motu conſtanti & uniformi; porro ſi corpus tenderet ad quietem, ad ipſum gubernaculum corpus illud fugere deberet, quod quidem non minus mirandum videretur, quam ſi quieſcente navi, idem corpus gubernaculum verſus ſponte recederet. Præterea ſi corpus directionem motus

ſpon-

ſponte mutare poſſet, in prædicto caſu, navigii ſcilicet, motu uniformi & rectilineo delati, corpus illud non quieſceret, quod eſt obſervationi contrarium. At ſi navigii motus ſubito ſiſtatur, homines ſtantes in navi antrorſum præcipites ruent, quod facile experiri quiſque poteſt ſtans in curſu celerrime delato, cujus motus ſtatim ſiſtitur, is enim in partem curſus anteriorem ſeſe raptum ſentiet. Si vas aquæ plenum in tabula aliqua collocetur, & vi ſatis magna impellatur, aqua in vaſe ſub initio motus, verſus partes motui vaſis contrarias tendere videbitur, non quod revera talis motus aquæ impreſſus ſit, ſed cum aqua in eodem quietis ſtatu perſeverare conetur, vas motum ſuum aquæ ſtatim imprimere non poteſt, ac proinde aqua, ut ita dicam, a vaſe derelicta & revera quieſcens, locum mutare videbitur. Tandem poſtquam vaſis motus in aquam tranſiit, & aqua una cum vaſe uniformiter, & eadem celeritate progredi cœperit, ſi vaſis motus ſubito cohibeatur, aqua tamen in eodem motu perſeverare conabitur, & ſuper vaſis latera aſſurget. Huic cauſæ tribuendum eſt, quod navi turbulento mari jactata in ipſa ſedentes homines, doloribus, nauſea & vomitu afficiantur, præſertim ſi mari non fuerint aſſueti; etenim liquores in ventriculo, inteſtinis, vaſis ſanguiferis cæteriſque canalibus contenti, navis jactationibus non ſtatim obediunt; unde in corpore humano fluidorum motus turbabitur, & morbi orientur. Ex his omnibus ſic tamdem argumentamur: vis illa tanquam univerſalis corporum omnium proprietas haberi debet, quam in ſingulis corporibus obſervamus; atqui vim inertiæ, quoad partes ſingulas, in omnibus corporibus experimur, quantum ferre poteſt experimentorum diligentia. Ergo &c.

II.

II. Corpora mutationi status resistere demonstrant rationes Metaphysicæ. Et quidem si corpora mutationi status non resistant, corpus quodlibet etiam valde magnum e quiete ad motum, vel e motu ad quietem non solum facili manu, sed etiam sine ullo conatu posset reduci; vis etiam minima motum, quamtumvis magnum posset producere, vel etiam sistere, nullaque foret inter causam & effectum proportio, quod repugnat Ontologiæ principiis, atque experientiæ.

Et certe hanc proportionem ostendunt quoque experimenta; si enim producenda, vel extinguenda sit eadem velocitas in corpore duplo, vel triplo majori &c. id fieri non posse experimur sine vi duplo, triplo majori &c. ac proinde *vis inertiæ est, ut quantitas materiæ*; si autem manente eadem quantitate materiæ producenda, vel extinguenda sit velocitas duplo, vel triplo major &c. adhiberi debet vis duplo, vel triplo major &c. ac proinde *vis inertiæ est, ut velocitas producenda, vel extinguenda*. Quare generatim *vis inertiæ est, ut quantitas motus producenda vel extinguenda*. Hæc ratiocinatio accurate quidem demonstrat corpora mutationi status resistere, ac proinde vi inertiæ prædita esse; at vis inertiæ partes singulas, perpetuam scilicet motus uniformitatem illiusque rectilineam directionem non æque evincit. Argumentum aliud desumi solet ex principio rationis sufficientis; si enim corpus sibi ipsi relinquatur, nullaque accedat vis contraria, in statu suo perseverare debet; cum nulla sit ratio cur statum mutet. Id quidem facile concedunt Philosophi, si agatur de corpore quiescente, negant autem nonnulli de corpore moto, quod suapte natura ad quietem tendere affirmant; iis ergo ratio sufficiens est ipsa corporis

ris indoles & natura. Quamvis autem non raro utilissimum sit rationis sufficientis principium; quia tamen sæpius mortales latet rerum ratio, fateri debemus principium illud caute admodum adhibendum esse. Quæ cum ita sint, patet vim inertiæ, si partes ejus singulas consideremus, habendam esse tanquam principium experientia magis, quam accurata aliqua demonstratione innixum.

Objic. Si corpus aliquod in aere deferatur, sibique permittatur, sponte descendit sine ulla vi impellente. Ergo corpus non perseverat in quiete, seclusa etiam vi qualibet impressa.

Resp. distinguo antecedens. Sine ulla vi impellente, quæ sensibus conspicua sit concedo. ant. sine ulla vi impellente, quæ sensus fugiat. Neg. ant. & cons. Imperita hominum multitudo sensuum erroribus assueta, sibi facile persuadet corpora sine ulla vi in terram descendere, cum nullam videant. Unde credunt plerique homines corpora descendere, quia non sustentantur. Verum etiam si nulla oculis pateat vis extrinseca, nullam tamen esse temerario quis affirmaret; fingere enim possumus fluidum quoddam subtilissimum omnem oculorum aciem longe fugiens, vel etiam, ut Nevvtonianis placet, vim quamdam internam sine ullo interveniente fluido possumus admittere, ut jam observavimus; sed argumentum illud fuse, & accurate convenienti loco persequemur. Hunc vulgi errorem quotidiano experimento depellere satis erit. Si corpus in tabula horizontali constituatur, qua de causa per tabulæ superficiem motu horizontali non incedit corpus illud? cum nihil impediat. Cur sursum non ascendit idem corpus? cum nihil motui secundum hanc directionem resistat. Cum ergo corpus deorsum moveatur, necessum est ut vi aliqua, quæcumque sit, urgea-

geatur. Merito igitur Philosophi mirantur corporum descensum, quem sine ulla difficultatis suspicione negligenter aspicit hominum vulgus. Ceterum ex hac responsione patet, vim inertiæ diversam omnino esse a vi gravitatis, qua nempe corpora deorsum urgentur. Et quidem vis inertiæ secundum quamlibet directionem sentitur; si enim corpus aliquod e quiete ad motum, vel e motu ad quietem reducere, quis tentaverit secundum quamlibet directionem, vel horizontalem, vel perpendicularem, aut utcumque obliquam, id fieri non posse sentiet sine conatu aliquo, sine resistentia aliqua; imo si quis corpus descendens manu superne percutiat, resistentiam aliquam experietur; corpus nempe resistit accelerationi motus, secundum ipsam descensus, seu gravitatis directionem. Itaque evidens est vim gravitatis longe differre a vi inertiæ, & vires illas duas ab imperitis hominibus perperam confundi.

Instabis: 1. si corpus in plano etiam eximie lævigato incedat, sensim languescit motus, atque tamdem omnino extinguitur. Si globus filo suspensus agitatur, variosque itus & reditus perficit, sensim breviores fiunt globi vibrationes, atque tamdem evanescunt. In ludo *trudiculari* globulus eburneus per aliquod tempus motu rectilineo in tabula progreditur, sed in certis casibus, veluti sponte, per eamdem lineam rectam ad partes contrarias recedere videtur. Tamdem si corpus aliquod secundum directionem horizontalem, vel ad horizontem obliquam projiciatur, in terram recidit curvam describens. Itaque sic argumentari licet; corporibus tribuenda non est vis illa, quam negare videntur experimenta, atqui &c. ergo.

Resp.

Resp. Concedo majorem. Nego minorem. Objecta experimenta explicabimus. Ad primum patet responsio ex dictis; nullo enim artificio removeri possunt omnia impedimenta, ac proinde mirum non est, quod sistatur tamdem penduli motus, aeris resistentia, filique in puncto suspensionis impedimento retardatus. At si maxima industria filum suspendatur, per longum satis tempus perseverat illius motus. Quod autem in certis casibus globus eburneus in contrariam partem tendere videatur, id fit, quod globus motum aliquem circa axem in partes contrarias admiserit, qui quidem motus adhuc perseverat extincto motu rectilineo, ac proinde globulus in contrariam directionem recedere videbitur; donec asperitate plani extinguatur ipse quoque rotationis motus. Denique quod corpora horizontaliter, vel oblique projecta per curvam relabantur, nihil repugnat vi inertiæ, quæ vires alias quaslibet excludit. Porro in præsenti casu præter motum impressum agit etiam vis gravitatis quæ corpus deorsum revocat. At si nulla adesset vis gravitatis, corpus recta, & uniformiter abiret in infinitum, secundum directionem motus impressi. Qua ratione autem compositis simul duobus motibus, motu scilicet impresso, & motu ex vi gravitatis oriundo curva describatur, & quænam curva ex tali motuum compositione oriatur, deinde suo loco demonstrabimus.

Instabis. 2. Si corpus nostrum moveatur, vel in obstaculum aliquod impingat, sensationum nostrarum testimonio acquirimus vis cujusdam majoris, vel minoris notionem, quam ex quiete nullatenus comparamus. Et quidem cor-

corpus quiescens nullum unquam motum producere poterit; contra autem corpus incurrens in corpus quiescens, illud movebit. Ex his ergo sic concludere licet. Vis illa in corpore quiescente saltem admitti non debet quæ in corporum motu tantum sese manifestat. Atqui &c. ergo &c.

Resp. concedo maj. nego minorem. Facile sibi persuadent homines meditationibus philosophicis non satis assueti, in corporibus motis adesse conatum quemdam quo carent corpora quiescentia, inde autem originem habet error ille quod inanimatis corporibus ea facilius tribuamus quæ in proprio corpore observamus. Porro dum vis nomen ad inanimata corpora transferimus, levi etiam attentione patet id fieri non posse nisi in triplici duntaxat sensu. 1. Si corpori inanimato propriam sensationem tribuamus, quod est absurdum: 2. Si vis nomine intelligamus metaphisicam quamdam entitatem a nostris sensationibus diversam; quam quidem nulla ratione intelligere nec proinde definire possumus.... 3. Tandem si vis nomine significemus effectum ipsum vel proprietatem aliquam effectu manifestatam cujus causam non investigamus. Hæc autem ultima significatio sola est rationi consona. At si *vis* nomini hanc significationem tribuimus, jam corpori quiescenti æque ac moto competit, & quietis non minus quam motus continuatio tanquam lex naturæ haberi potest. Tandem dum corpus incurrens corpori quiescenti motum imprimit, id facere non potest sine aliqua proprii motus jactura. Quæ quidem jactura oritur ex vi qua corpus quiescens status mutationi resistit; ac proinde corpori quiescenti non secus ac corpori moto tribuenda est vis ad conser-

servandum statum suum, quamcumque notionem huic vocabulo jungere placeat.

Instabis. 3. Si corpora prædita sint vi inertiæ, jam nulla est motus continuati causa; atqui motum sine causa continuari repugnat. Ergo &c.

Resp. Nego maj. frustra quidem Philosophi de motus communicatione tantas lites excitant; continuati motus nulla alia agnoscenda est primaria causa præter Deum optimum maximum qui non motum duntaxat, sed res omnes conservat; secunda autem causa est ipsa vis inertiæ. Nec alia ratione perseverat motus quam qua continuantur corporis alicujus figura, color, aut aliæ hujusmodi affectiones quæ semper eædem permanerent, nisi vis aliqua eas turbaverit. Multo quidem rectius & utilius se gererent Physici, si motus retardati vel accelerati rationes legesque investigarent. Hic autem observandum superest nos minime definitum velle, an vis motricis actio *continuata* esse debeat, an satis sit actio *instantanea* nullo deinde impedimento turbata. Quæstio illa ad æstimandos effectus, quod in Physica unice volumus, superflua omnino est, & ad Metaphysicam pertinet, stricteque conjuncta est cum disputatione quam de rerum conservatione in metaphisicis institutionibus tractavimus.

ARTICULUS II.

De principio actionis & reactionis.

I. ACtionem corporis definire solent plerique Phisici *vim* quam corpus aliquod in aliud corpus exercet, seu vim qua corpus aliquod aliud corpus premit vel percutit; at talis definitio ipsa re definita obscurior videtur; nos autem

autem omnem ambiguitatem removere vel maxime ſtudentes, recordabimur in Corpore quod *actu* movetur vel ad motum tendit, nihil aliud clare intelligi niſi ipſam quantitatem motus quam habet, vel quam haberet, ſublatis omnibus impedimentis; ac proinde actio corporis per ipſam motus quantitatem duntaxat ſeſe manifeſtare intelligitur. Itaque actionis vocabulo nullam aliam notionem ſubjici volumus niſi ipſam quantitatem motus actu productam, vel producendam, ſi omnia removerentur impedimenta. Inde autem ſtatim intelligere licet quid ſit *reactio*; nihil enim aliud eſt niſi actio contraria, nempe quantitas motus in corpore agente amiſſa vel amittenda.

II. Receptum eſt apud Phyſicos principium: *actioni ſemper æqualem eſſe & contrariam reactionem*: quid hoc principio intelligendum veniat, ex dictis evidens eſt; nempe in omni actione corporea tantum motus corpori *agenti* decedit, quantum corpori *patienti* ſive actionem ſuſcipienti accedit. Illud autem utiliſſimum in univerſa Phyſica principium ſequenti concluſione explicabimus.

CONCLUSIO

REACTIONEM ACTIONI CONTRARIAM ET ÆQUALEM ESSE DEMONSTRATUR.

I. Principium illud ex vi inertiæ facile derivatur. Etenim ſi corpus aliquod certam motus quantitatem in alio corpore producat, id fieri non poteſt niſi mutationi ſtatus reſiſtat corpus quod datam motus quantitatem accipit. Neceſſum eſt igitur inter corpus *agens* & corpus *patiens* mutuam veluti pugnam excitari, ita ut quantum motus accipit corpus patiens,

tan-

tantum amittat corpus agens. Etenim ponamus reactionem actioni æqualem non esse, jam corpus patiens omni mutationi status non resisteret, sed alicui duntaxat mutationis parti, quod falsum esse demonstravimus in præcedenti conclusione. Itaque patet actionis & reactionis æqualitatem necessarium esse vis inertiæ corrolarium.

II. Idem principium experimentis & exemplis demonstratur atque illustratur. Si corpus unum in alterum quiescens impingat, quidquid motus quiescenti corpori imprimitur, tantumdem impingenti subtrahitur. Si corpora ambo moveantur & ad easdem tendant partes, corpus quod celerius movetur in aliud quod movetur tardius, incurrit, & tantum motus amittit quantum acquirit corpus fugiens. Si corpora duo sibi obviam eant sive in contrarias tendant partes, qualiscunque motus mutatio corpori uni accidet, eadem omnino corpori alteri continget, ita ut æqualis semper fiat in utroque corpore motuum jactura secundum propriam motus directionem. Casus singuli ad experientiam revocari facile possunt, si observentur spatia ab iisdem corporibus motu uniformi eodem tempore descripta; cum enim spatia illa sint inter se ut velocitates, ob datas corporum massas habebitur quantitas motus ante & post conflictum, ideoque instituta comparatione innotescet quantitas motus per conflictum acquisita vel amissa. Hæc autem experimenta omnia actionis & reactionis æqualitati semper consona deprehenduntur, quantum patiuntur inevitabiles superficierum asperitates aliaque impedimenta plurima; Sed tota res multo magis perspicua fiet, ubi conflictuum leges explicabimus. Actionis & reactionis æqualitatem observare licet in attra

ctionibus magneticis; non solum magnes trahit ferrum, sed vicissim ab ipso ferro æqualiter trahitur, ita ut æquales sint motus quantitates tum in magnete tum in ferro productæ. Experimentum hoc modo institui solet. Imponitur magnes suberis frusto & ferrum alio suberis frusto pariter imponitur, ut nempe hoc artificio tam magnes quam ferrum æque libere innatare possint. Deinde manu retinetur magnes, ferrum videbimus ad magnetem accedere; si vero ferrum immobile teneatur, ad illud magnetem accedere observabimus; Sed si utrumque corpus aquæ innatare libere permittatur, magnes & ferrum sibi mutuo obviam ire conspicientur, ita ut spatia a ferro & magnete percursa semper sint in ratione reciproca massarum. Itaque æquales sunt quantitates motus hinc & inde genitæ, ut patet ex demonstratis in articulo præcedenti.

Eadem lex variis exemplis confirmatur atque illustratur. Si navigium remis agatur, aqua per remorum palmulas retrorsum versus gubernaculum propellitur; rursus aqua in remos æqualiter agit eosque una cum navigio cui affixi sunt, versus partem contrariam impellit, & hac vi promovetur navigium. Aqua scilicet reactione sua tantum motus imprimit navigio quantum ipsa remorum vi accepit; atque hinc intelligitur eo celerius progredi navigium quo majores sunt vel numero plures remorum palmulæ, vel etiam quo celerius intra aquam agitantur. Hinc cum natatio nihil aliud sit quam brachiorum pedumque remigium, facile intelligitur cur intra aquas promoveamur natando; dum scilicet per manuum pedumque palmas aqua retrorsum pellitur, illa iterum agendo in contrariam partem natantes propellit: eodem artificio utuntur pisces qui

pro

pro varia motus directione aquam repetitis variisque caudæ ictibus feriunt. Idem etiam dicendum est de avium volatu; dum enim aves alarum impetu aerem deorsum verberant, aer avium alas sursum sublevat; si versus orientem pellatur aer, reactio aeris aves in occidentem impellit.

Actionis & reactionis exemplum videre est in tormentis bellicis. Pulvis pyrius intra tormentum bellicum accensus rarefit, & vi sua æqualiter agit in globum missilem & in tormentum e quo exit globus; aer enim rare factus in omnem partem sese expandens, tam tormentum retrorsum quam globum antrosum urgebit, æqualem in utroque producens motus quantitatem; atque ea de causa fit ut tormentum bellicum sibi relictum ad distantiam satis magnam recedere videatur. Hanc reactionem experiuntur qui sclopetis tractandis non sunt assueti; Si enim sclopeti caput faciei vel humero proximius non satis firma manu retineant, validissimum reactionis ictum sentient. Plurima alia & quidem utilissima exempla afferre possem; sed cum ad alias Physicæ partes pertineant, de his sermo deinde recurret. Cæterum ex dictis satis demonstratum est actionis & reactionis principium.

Objicies. Inter varia actionis & reactionis exempla hoc primum a celeberrimo Nevvtono adhibetur: si equus lapidem funi alligatum trahit, æqua vi retrahitur equus in lapidem. Verum ex illa actionis & reactionis æqualitate nullus unquam sequi posset motus. Si enim vis agens æquali resistentia absorbetur atque retunditur, qui fieri potest ut in prædicto exemplo equus lapidem trahat? Itaque sic argumentari licet: principium illud admitti non debet quod perpetuam quietem perpe-

tuumque equilibrium induceret; atqui &c. ergo.

Resp. Concedo maj. nego min. Nonnulli Philosophi objectione præcedenti decepti de actionis & reactionis æqualitate dubitarunt, sed tota objectio pura nominis ambiguitate male fulcitur. Itaque confundi non debent *vis* & *actionis* nomina; vis corporum non est actio ipsa, idque allato exemplo manifestum fit. Dum equus lapidem trahit, totam vim suam non impendit ad superandam lapidis resistentiam, sed aliquam duntaxat vis suæ partem quæ *actio* dicitur. Itaque per reactionem lapidis eam vis suæ partem equus amittit, quæ necessaria est ad vincendam lapidis resistentiam, vi autem reliqua equus lapidem trahit. Porro evidens est legem æquilibrii longe differre a principio actionis & reactionis; duæ enim vires dicuntur in æquilibrio, si fuerint æquales & oppositæ, nullusque, manente æquilibrio, contingere potest motus. Verum quamvis actioni æqualis & contraria sit reactio, non tamen vi toti reactio semper æqualis est; dum autem id contingit, in hoc casu habetur æquilibrium, tumque vis tota æqualis est actioni.

Instabis 1. Si quis in navigio sedens, conto vel alio quolibet instrumento navigium a littore repellat, id fit reactione ipsius littoris, ac proinde ex principio mox explicato eadem motus quantitas qua navigium recedit a littore, in ipsum littus transferri deberet; atqui hoc est absurdum. Ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego min. Accurate distingui debet quantitas motus ab ipsa velocitate. Si quantitates motus fuerint æquales, erunt velocitates in ratione reciproca massarum, ex demonstratis, ac proinde quo major est massa, eo minor est velocitas. Jam vero littus est firmis-

missimus obex & corpus immensum, si conferatur cum navi, ac proinde littoris velocitas erit minima & physice nulla. Quamvis ergo nullam in magnis corporibus velocitatem observemus, motus quantitas potest esse maxima.

Instabis 2. omnia corpora in superficie terræ posita versus terram gravia sunt; hac vi gravitatis corpora ad telluris superficiem descendunt. Consentiunt Philosophi omnes corpora descendentia a tellure attrahi, quæcunque sit hujus attractionis causa, de qua quidem maxime dissentiunt. Igitur si corpora a tellure trahantur, tellus vicissim trahetur a corporibus. Ita dum lapis ad terram descendit, terra vicissim ad lapidem assurget, & æquales erunt motus tum in lapide, tum in terra geniti; atqui hoc repugnare omnino videtur: ergo &c.

Resp. Nego min. ex præcedenti responsione facile solvitur hæc objectio. Requidem vera æquales sunt motus quantitates tum in lapide, tum in terra productæ; cum vero quantitas materiæ in terra immense superet quantitatem materiæ in lapide, velocitas lapidis immense superabit velocitatem qua terra ad lapidem tendit, ideoque, si physice loquamur, velocitas terræ nulla est, quod quidem calculo demonstrare non abs re erit. Ponamus lapidem centum pedum solidorum versus terram descendere; Spatium a lapide tempore unius minuti secundi percursum erit circiter pedum parisiensium 15. ut ostendunt experimenta; sed ex mensuris geographicis tota globi terraquei moles continet pedes solidos 30, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000; itaque ponamus jam terram ubique esse ejusdem densitatis cum vulgaribus lapidibus, quamvis omnino credibile sit eam esse mul-

to densiorem, erit materiæ quantitas in terra ad materiæ quantitatem in lapide, ut 3000 000000000000000000 ad 1.; proindeque dum lapis descendit per spatium 15. pedum, terra versus lapidem trahetur per unius pedis

$$\frac{15}{}$$

partes 3000000000000000000000, quæ tantilla est quantitas ut ipsam imaginandi vim longe effugiat; ac proinde in Physica negligi potest & pro nulla haberi, quamvis geometrice & secundum veritatem loquendo terra ad lapidem accedat, & utrumque corpus æqualiter se mutuo trahat. His paucis objectionibus respondisse satis sit ad explicandum actionis & reactionis principium; cæterum hujus principii usus frequentissime recurret præsertim in Astronomia.

ARTICULUS III.

De virium compositione.

I. VIrium *compositio* dicitur virium plurium in vim unicam contractio; quia vero virium nomine nihil aliud intelligimus nisi motus ipsos dato aliquo tempore productos, hinc patet virium compositionem nihil aliud esse quam ipsam compositionem motuum. Itaque motus compositus dicitur is qui ex pluribus motibus diversam directionem habentibus resultat; neque enim tanquam compositum habemus motum illum qui ex pluribus motibus in eamdem directionem conspirantibus vel directe oppositis oritur. Evidens enim est in primo casu unicum esse motum summæ motuum æqualem; in altero autem casu, motus æqualis est motuum differentiæ, quæ quidem diffe-

differentia si nulla fuerit, hoc est, si quantitates motus fuerint æquales & directe oppositæ, habetur æquilibrium. Motuum compositorum doctrina cum ipsa vi inertiæ necessario ordine conjuncta est; ut ex dicendis manifestum fiet.

Fingantur rectæ AB, AD, *Fig.* 1. perpendiculares & æquales quæ exhibeant vires secundum directiones AB, AD, sive quod idem est, quæ repræsentent spatia datis viribus eodem tempore motu uniformi percursa. Corpus immineat motuum angulo, A, urgeaturque viribus secundum directiones AB, AD; dato quolibet tempore corpus vi unica secundum, AD, percurrat spatium, AC, eodem tempore vi unica secundum, AB, percurreret spatium, AI, spatio priori, AC, æquale; ex demonstratis de vi inertiæ. Jam ponamus corpus illud viribus duabus simul urgeri, quo tempore progreditur per, AC, ascendet quoque per, AI, vel, CE; sunt enim, per Constructionem, rectæ, AI, CE, itemque, IE, AC, æquales & parallelæ, ergo corpus reperietur in directionum, AB, AD, concursu, ac proinde in concursu rectarum, IE, CE, hoc est in diagonali quadrati AIEC, atque ad punctum, E, perveniet eodem tempore quo motibus sejunctis percurreret AC, AI, ut patet. Eadem ratiocinatio ad aliud quodlibet tempus transferri potest; cum enim spatia AI, IE, itemque AB, BF; sint æqualia, erit AI: IE. : : AB: BF, ac proinde cum sint IE, AC, itemque BF, AD, æquales & parallelæ, erit recta AF diagonalis quadrati ABFD. In hac demonstratione velocitates non solum ponuntur uniformes, sed etiam æquales; at evidens est totam demonstrationis seriem perin-

de se habere, etiamsi velocitates non fuerint æquales. Etenim velocitates uniformes sunt ut spatia iisdem temporibus descripta, ergo velocitas per AI est ad velocitatem per IE, ut AI ad IE, ut AB ad BF, ac proinde AI : IE : : AB : BF, ideoque eadem manet demonstratio, quæ etiam valet quamvis velocitates non fuerint uniformes, dummodo tamen in eadem data ratione semper accelerentur vel retardentur; puta, si velocitas per AD, sit dupla, vel tripla &c. velocitatis per, AB, res perinde se habet quomodocumque acceleretur vel retardetur velocitas per AB & AD, dummodo velocitas per AD semper maneat dupla vel tripla &c. velocitatis per AB, quod evidens est, cum perpetuo servetur triangulorum AIE, ABF similitudo.

Hoc ergo est universalissimum principium: Si corpus urgeatur duobus motibus quorum directiones eumdem angulum semper contineant, corpus illud describet diagonalem parallelogrammi cujus latera sunt spatia secundum utramque directionem eodem tempore percursa; dummodo tamen maneant prædictæ motuum conditiones; si nempe directiones eædem maneant & velocitates sint uniformes aut similes. Adolescentum imaginatio in hac demonstratione sublevari potest exemplo normæ quæ sibi semper parallela uniformiter moveatur, interea dum corpus aliquod uniformiter quoque progreditur secundum ductum normæ quam corpus perpetuo radat.

In hoc autem exemplo atque in præcedenti demonstratione unum monendum est. In hoc scilicet exemplo atque etiam in tota demonstrationis hypothesi, vires duæ tamquam seorsim agentes perpetuo considerantur, quod quidem a statu quæstionis non nihil abludere videtur,

tur, cum primo motus initio vires duæ simul imprimantur & deinde conjunctim agant. Itaque ut præcedens demonstratio ad severitatem geometricam sit omnino composita, ostendi debet demonstrationem perinde se habere sive vires considerentur seorsim, sive conjunctim, quod quidem facile præstari potest; nam ponamus vires duas dato aliquo tempore seorsim uniformiter agere in corpus A, & deinde corpus illud sibi relinqui seu ab ipsis viribus deferi, evidens est in hoc casu describi diagonalem, ut patet ex demonstratione præcedenti & ex vi inertiæ; valet autem demonstratio si vires duæ dato quolibet tempore seorsim considerentur; itaque ex temporis conditione vel limitatione nullatenus pendent corporis directio & velocitas, ac proinde describitur diagonalis, etiamsi tempus ponatur minimum vel nullum, dum scilicet vires duæ conjunctim agunt. Vulgari demonstrationi quæ in omnibus Physicorum libris passim legitur, addenda est hæc ratiocinatio; quamvis enim verum sit principium, sive considerentur vires seorsim, sive conjunctim, res tamen non ita est evidens ut sine demonstratione prætermitti debeat.

Motus compositi exemplum præbet cymba profluente amne delata. Si quis e cymba interim progrediente in littus desilire voluerit, eum quem sibi proponit littoris locum non attinget. Motus enim ille componitur ex duplici motu navigii scilicet, & hominis desilientis, ac proinde in hoc casu per motuum diagonalem homo ad littus perveniet. Idem est exemplum hominis præcipiti curru devecti & interim sese in terram proripientis; quod quidem temere omnino fit; si enim satis magnus non sit desilientis hominis impetus, & currus ad saltus partem declinaverit, rotis ip-

ſis imminere & opprimi facile poterit imprudens homo.

II. Quamvis duas dumtaxat vires conſideraverim, ſimili tamen ratiocinatione patet vires utcumque numero plures in unicam diagonalem componi poſſe. Etenim conſiderentur primum vires duæ quarum inveniatur diagonalis quæ proinde vires duas repræſentabit. Deinde diagonalis illa conferatur cum vi tertia & iterum inveniatur diagonalis, & ita deinceps, donec perveniatur ad communem virium omnium diagonalem quæ *media directio* appellatur, atque hæc erit via quam corpus his omnibus viribus ſimul ſollicitatum percurret. Evidens autem eſt vim quamlibet compoſitam, inverſa operatione, in vires per latera reſolvi poſſe, atque hæc operatio *virium reſolutio* vocari ſolet. Cavendum tamen eſt maxime ne vis compoſita cum viribus per latera confundatur; vis compoſita viribus componentibus æqualis non eſt; cum enim vires componentes exhibeantur per latera trianguli cujus tertium latus eſt ipſa vis compoſita, patet vires componentes majores eſſe vi compoſita, quemadmodum latera duo trianguli ſunt tertio quolibet majora. At vires illæ *æquipollentes* merito dici poſſunt; hoc eſt, motus perinde ſe habet ſive corpus urgeatur viribus duabus per latera, ſive urgeatur vi unica per diagonalem ex duabus viribus compoſita.

III. Hactenus conſideravimus vel motus uniformes, vel ſimiles; at ſi motus neque uniformes fuerint neque ſimiles, ita ut ſpatia iiſdem temporibus deſcripta datam inter ſe rationem non habeant, evidens eſt ſimilia non eſſe triangula ex motibus componentibus, & ex diagonali formata; ac proinde ſingulis temporibus minimis directionem perpetuo mutat diagona-
lis

lis ideoque abit in curvam. Exempli gratia recta CD *Fig.* 2. exhibeat ſpatia motu uniformi deſcripta, rectæ autem perpendiculares ut EI &c. exhibeant ſpatia vi aliqua perpetuo acceleratrice percurſa. Corpus motu uniformi ſollicitatum per CD, recta abiret in infinitum ſingulis temporibus æqualibus æqualia ſpatia deſcribens, per vim inertiæ. At ob vim acceleratricem per EI, corpus his duabus viribus ſollicitatum progreditur per curvam CI. Etenim manentibus CE, EF æqualibus, erit CG minor quam GH ob motum perpetuo acceleratum ſecundum directionem EI. Igitur triangula CEI, CFK, CDB non ſunt ſimilia, ac proinde cum triangula illa utcumque minima concipi poſſint, evidens eſt rectas quaſcumque EI, FK, DB, ad lineam rectam non pertinere, ac proinde diagonalis eſt curvilinea.

IV. Si recta, CA, conſideretur tamquam axis curvæ, erunt CG vel EI, GH vel FK *abſciſſæ*, rectæ autem GI vel CE, HK vel FG &c. *ordinatæ*. Jam vero natura ſive *æquatio* curvæ definitur ex ratione abſciſſarum ad ordinatas; quare patet curvam duabus quibuslibet viribus deſcriptam pendere ex ipſa virium natura ſeu ratione. Cæterum ex demonſtratis patet vi unica curvam deſcribi non poſſe; corpus enim per vim inertiæ, vis impreſſæ directionem ſeu lineam rectam perpetuo ſequitur; quare dum corpus curvam aliquam deſcribit, duabus ſaltem viribus illud ſollicitari neceſſum eſt.

Curvam quamlibet conſiderant Geometræ tamquam polygonum conſtans ex lateribus rectis tangentibus numero infinitis, & infinite parvis; quare dum corpus movetur in arcu curvæ infiniteſimo, idem omnino eſt ac ſi

moveretur per tangentem infinite parvam. Si ergo ſtatim deſineret actio vis per EI, corpus abiret ſecundum directionem tangentis per vim inertiæ; hinc fit ut curva quælibet conſiderari poſſit tamquam duabus viribus genita, quarum una dicitur *tangentialis*, altera autem quæ corpus a tangente retrahit, *centripeta* appellatur, quod quidem nomen retinet ſive vis illa ad unum punctum perpetuo dirigatur, ſive directionem perpetuo mutet. Vis autem contraria qua corpus ab arcu ad tangentem conatur deflectere, vocatur vis *centrifuga*.

V. De viribus centripeta, centrifuga, & tangentiali data opera, quantum licet, deinde tractabimus: hic obſervare ſatis ſit vim tangentialem & centrifugam ex vi inertiæ originem quidem habere; at cavendum eſt diligenter ne vis centrifuga expreſſa per lineolam IE confundatur cum vi tangentiali quæ exprimitur per CE, in quem errorem mirum ſane eſt quam graviter in tanta rerum phyſicarum luce prolapſi ſint viri doctrinæ fama celebres. Et quidem virium illarum nec conveniunt directiones, ut patet, neque etiam menſuræ, imo vis tangentialis infinities major eſt vi centrifuga. Ponamus enim arcum CI eſſe circuli arcum infiniteſimum, erit CG ad GI, ſive EI ad CE, ut GI vel CE ad reliquam partem diametri. Quia vero arcus CI eſt infiniteſimus, erunt rectæ CG, GI infiniteſimæ, ac proinde GI erit infiniteſima reſpectu reliquæ diametri, ideoque CG erit infiniteſima reſpectu GI; quare vis tangentialis CE erit infinite major vi centrifuga IE. Alterum tandem monendum eſt vim centripetam & centrifugam per eamdem lineolam exprimi, ac proinde æquales eſſe; cum enim vires ſint ut ſpatia iiſdem temporibus minimis

mis descripta, evidens est vim centripetam & centrifugam quæ per idem spatium eodem tempore minimo descriptum exhibentur, æquales esse. Quamvis autem æquales sint vires illæ, longe tamen inter se differunt; nam vis centrifuga est vis *passiva* dumtaxat quæ nullum exerit effectum nisi cessante vi centripeta; hæc autem ultima est vis *activa* quæ nempe perpetuo agit.

VI. Virium centripetæ & centrifugæ exemplum præbet lapis funda circumactus. Manus lapidem retinens exhibet vim centripetam; vis autem quæ funem tendit, qua scilicet lapis conatur recedere a circumferentia circuli descripti repræsentat vim centrifugam. Et requidem ipsa, si manus lapidem deserat, statim lapis abit per tangentem circuli antea descripti. Hæc autem pauca dicta sint; de hoc enim utilissimo argumento sermo deinde recurret.

Alteram quam breviter attigimus, motus compositi speciem oculis demonstrant Corpora per aerem horizontaliter vel oblique projecta: motu composito igneam curvam in aere delineant tubuli nitrato pulvere referti. In his casibus duæ considerandæ sunt vires, una scilicet *projectionis* ex manu vel pulvere pyrio oriunda; altera autem est vis gravitatis qua corpus motu accelerato descendit; sed hujus curvæ naturam demonstrabimus ubi de corporum projectorum motu.

APPENDIX

De quibusdam capitis præcedentis utilitatibus.

I. MAteriam cogitationis expertem esse invictissimis argumentis in Metaphysica jam

jam oſtendimus; quamvis autem fide divinâ certiſſimum ſit primarium illud Religionis dogma, varia tamen argumenta conquirere & adverſus incredulos congerere religioſos Philoſophos maxime decet. Vix ſuſpicari quis ſtatim poſſet vim inertiæ aliud Philoſophis ſuppeditare hujus dogmatis argumentum quod tamen valide urgeri poteſt; & quidem ſubſtantia cogitans vim habet mutandi ſtatum ſuum, poteſt nempe cogitationem præſentem deſerere & ad aliam tranſire, actionem aliquam velle aut reſpuere, quam quidem facultatem proprio conſcientiæ teſtimonio experimur. Cum ergo vis inertiæ univerſaliſſima ſit materiæ proprietas, ita ut nulla materiæ pars ſtatum ſuum vel leviter ſponte mutare poſſit, manifeſtum eſt cogitandi facultatem ad materiam pertinere non poſſe. Neque eſt quod objiciant vim inertiæ locum habere dumtaxat in materia nullo principio intelligente informata; nam rurſus principium illud intelligens materiæ conjunctum, vel eſt materiale, vel non. Si primum, jam eadem recurrit cogitandi impoſſibilitas; ſi ſecundum, principium illud facultatem cogitandi ex ſe habere neceſſum eſt, ſine ullo materiæ auxilio, quæ ipſa non habet cogitandi vim quam proinde nullo modo conferre poteſt. Itaque ex duarum ſubſtantiarum quæ cogitare non poſſunt conjunctione oriri non poteſt cogitandi facultas. Præterea perverſiſſimi homines qui materiæ cogitationem repugnare aſſerunt, ſi impiiſſimi Spinoſæ ſectatores excipiamus, non inficiantur exiſtere ſubſtantias ſpirituales & intelligentes; cum ergo vim intelligendi habeant, principium intelligens nulla materiæ ope ad cogitandum indiget. Itaque hoc argumentum validiſſime propugnari poteſt contra eos qui ſpi-
ritus

ritus extra materiam exiſtere fatentur ; at contra Spinoſiſtas aliis agendum eſt argumentis quæ in noſtris inſtitutionibus metaphyſicis explicavimus, vel prius demonſtranda eſt ſpirituum extra materiam cogitantium exiſtentia. Neque eſt tandem quod objiciant, Deum omnipotentem his duabus ſubſtantiis ſimul conjunctis tribuere potuiſſe vim cogitandi quam materiæ convenire non poſſe proprio loco oſtendimus; ex præcedenti ratiocinatione id ſaltem evidens fit, univerſaliſſimis materiæ proprietatibus repugnare ut materia vim cogitandi habeat. Nemo igitur nos tamquam ultra modum religioſos reprehendat, quod hujus ratiocinationis pondus argumentis metaphyſicis adjungamus.

II. Actionis & reactionis exempla ex avium volatu, piſcium natatu, remorum actione afferre ſolent Phyſici. Idem vero principium ad eximiam utilitatem traduxit vir doctiſſimus Daniel *Bernoullius* qui in egregio opere cui titulus eſt : *Hydrodynamica*, novum & hactenus inauditum navigandi genus propoſuit, ſine velis & remis, quod quidem paradoxum omnino videbitur ; rem paucis exponam. Navigio verſus puppim firmiter alligari præcipit Bernoullius canalem utrinque apertum & aquæ perpetuo plenum, quod quidem ſine magno labore antliarum ope præſtari poteſt. Jam aqua ex canali verſus puppim effluens, in ipſam maris aquam agit, ipſa autem reagit, atque hac perpetua reactione antrorſum propellitur navis & ſine velis ac remis gubernatur ; quo quidem loquendi modo res impoſſibilis & abſurda exprimi ſolet. Hujus reactionis æſtimandæ ratio ad ſublimiorem fluidorum doctrinam pertinet ; neque tantam rerum phyſicarum difficultatem

præ-

præsens locus sustinet ; quia tamen novus ille navigationis modus ex actionis & reactionis principio natus est, in præsenti appendice hanc doctissimi viri cogitationem opportune interponendam esse existimavi . Neque deerunt fortasse imperiti homines qui rem velut insulsam rideant ; at Philosophi est magnorum virorum meditationes venerari , & tamen perpendere , atque , si fieri possit , ad experientiam revocare . Ego autem in navicula non sine successu rem tentavi , atque inito calculo invenitur tantam hoc artificio obtineri posse prægrandis etiam navis velocitatem quæ magna remigum manu vix ac ne vix quidem haberi potest . Calculo quidem subjici non possunt inordinatæ aquarum directiones , marisque jactationes, ac proinde minuitur inventi utilitas , non tamen omnino tollitur . Hæc maxima saltem haberi poterunt commoda ; nempe naves bellicas in præliis navalibus , deficiente omni vento , quo lubet agere licebit, atque etiam brevibus trajectibus serena tempestate tranquilloque mari instituendis inservire poterit talis navigii usus.

III. In capite præcedenti de vi centrifuga brevem mentionem injecimus . Ex hujus vis doctrina innumeræ in societatem humanam derivarunt utilitates quarum unam hic seligere satis erit . Clarissimo viro *Desagulierio* debetur machina quæ *rota centrifuga* appellatur ; ex tympano ligneo parum alto constat hæc machina , cujus cavitas in duodecim cellulas distributa est , singulæ autem cellulæ ad tympani centrum protensæ , cum aere externo communicant ex parte circumferentiæ quæ pro cellularum numero duodecim quoque foraminibus pertusa est . Tympanum hoc modo comparatum capsula majori parallelopipeda inclu-

cluditur atque axe ita trajicitur ut manubrii ope extra capsulam prominentis converti possit. Rebus ita dispositis, si tympanum velocissime circumagatur, aeris particulæ in tympano inclusæ revolvuntur, ac proinde vim centrifugam acquirunt & exitum quærunt. Quare si in plano rotationis aperiantur foramina quibus annectantur flexiles tubuli extra cubiculum protensi, aer in tympano conclusus, revoluta machina, exibit; aer autem in cubiculo contentus per foramen rotationis plano perpendiculare tympani cavitatem ingredietur, aeri expulso statim succedet aer iterum quoque expellendus. Jam vero quantum aeris excluditur, tantum quoque advenit per fenestras, januas vel etiam cubiculi rimas; quare patet id tandem commodum nos lucrari ut, repetitis motibus, nil fere pristini aeris supersit, quod quidem eximiæ utilitatis esse potest in nosocomiis, in fodinis, aliisque locis impuro aere fædatis. Hujus machinæ utilitatem maximam testatam fecere peritissimi navium Præfecti qui in longinquis navigationibus hujus rotæ beneficio sese liberatos fuisse referunt a frequentissimo perniciosissimoque morbo qui *Scorbutus* dicitur. Dolendum ergo est quod utilissima inventa respuere soleant plerique homines haud satis æqui talium rerum æstimatores. Cæterum prædictæ machinæ usus oculis quoque fit conspicuus, si aeris loco crassiorem fumum ex saccharo excitatum in tympani cavitatem introducamus; hunc enim, circumacto tympano, velocissime extrudi observabimus. Idem quoque alio experimento manifestum fiet; si nempe foramini in ipsa vis centrifugæ directione aperto objiciatur candelæ flammula, hanc extrorsum pelli & statim extingui videbimus: contra autem

tem

tem introrſum urgebitur & extinguetur, ſi alteri foramini quod rotationis plano perpendiculare eſt, admoveatur; quod quidem maniſeſtiſſimo eſt argumento pari ratione aerem ex una parte introduci, ex altera autem ejici. Hujus machinæ partes ſingulas explicare, & vim totam calculo æſtimare nec præſcripta his inſtitutionibus brevitas, nec rei difficultas patiuntur. Ex univerſa Phyſicæ ſerie magis ac magis fiet manifeſta capitis præcedentis utilitas quam paucis exemplis indicaſſe ſatis ſit, ut ſtudioſæ juventuti inſtilletur præclariſſimi ſtudii amor, quantum unicuique pro vivendi inſtituto & ratione licet.

CAPUT II.

De vi attractionis variiſque illius ſpeciebus.

ATtractio generatim ſpectata dicitur vis qua corpora in ſe mutuo, vel ad punctum aliquod tendunt, quod *centrum virium* ideo appellatur. Variæ ſunt attractionum ſpecies quarum aliquæ certis dumtaxat corporibus competunt; talis eſt vis *magnetica*, *electrica* &c. ſed ſpeciales illæ attractiones ad Phyſicam particularem pertinent. Aliæ autem attractiones omnibus corporibus conveniunt ac proinde in Phyſica generali conſiderandæ. Duplex autem eſt hujuſmodi attractio univerſalis; alia inter magna corpora & ad magnas exercetur diſtantias; alia inter minimas corporum particulas viget, & in minimis dumtaxat intervallis. De hac utraque attractionis ſpecie tractabimus, & generalem attractionis doctrinam præmittemus.

AR-

ARTICULUS I.

De attractione generatim considerata.

I. CORpus aliquod projectum fingatur vi impressa secundum directionem, AF, *Fig.* 3. & interim vi alia perpetuo tendat versus punctum, S; tempore minimo corpus vi impressa per AF, describere ponatur lineolam AB, tempusculo altero æquali percurreret æqualem lineolam BC, & ita deinceps. Jam vero dum corpus pervenit ad, B, agat vis tendens ad centrum, S, qua vi sola corpus describere possit lineolam BE; completo parallelogrammo, EB CD, motu composito corpus describet diagonalem BD (ex articulo præcedenti). Ex elementis Geometriæ evidens est æqualia esse triangula ABS, SBD æqualibus temporibus descripta: Etenim triangula ABS, SBC æqualia sunt, cum æquales habeant bases AB, BC, communemque verticem, S. Præterea æquantur triangula BSD, BSC, super eadem basi, BS, & inter easdem parallelas BS, CD, constituta. Igitur æqualia sunt triangula, BSD, BSA, utpote æqualia eidem triangulo BSC. Quod autem demonstravimus de minimis duobus triangulis ABS, BSD, idem facile intelligitur de alia qualibet triangulorum serie; & quidem seclusa vi tendente ad centrum, S, corpus per vim inertiæ moveri perget secundum BD; sed accedente vi versus S, eadem ratiocinatione patet tertio tempore æquali, æquale triangulum describi. Igitur æqualibus temporibus, æquales triangulorum areæ percurruntur, tempore duplo describitur area dupla, tempore triplo tripla; quare generatim areæ tempore quolibet descriptæ sunt temporibus proportionales.

les. Iam ponamus polygonum hoc modo descriptum, ex lateribus numero infinitis, & infinite parvis compositum abire in curvam, manifestum est corpus circa centrum virium, S, perpetuo describere areas temporibus proportionales. Demonstratum ergo est præclarissimum theorema, quod Astronomiæ & universæ fere Physicæ fundamentum est, nempe: *si corpus describat curvam quamlibet vi tendente ad punctum aliquod in curva datum, corpus illud describet areas circa idem punctum temporibus proportionales.*

Viceversa *si corpus moveatur in curva, & areas temporibus proportionales circa punctum aliquod describat, urgetur vi tendente ad illud punctum*. Etenim si vis alia ad punctum extra, S, diversum tenderet, jam directio, CD, non foret directioni, BE parallela, ac proinde triangula BSC, BDS super communem basim constituta, non forent inter easdem parallelas, nec proinde æqualia, quod est contra hypothesim; ponimus enim areas temporibus proportionales esse, ac proinde æqualia esse minima triangula temporibus æqualibus descripta. Itaque demonstratum etiam est corpus, quod movetur in curva, & areas circa punctum aliquod temporibus proportionales describit, urgeri vi ad illud punctum tendente. Ex hoc theoremate universa pendet attractionis doctrina.

Ex hoc ipso theoremate evidens est velocitatem corporis in diversis curvæ punctis eo majorem fore, vel minorem, quo minor est, vel major recta a centro virium ad tangentem perpendiculariter ducta; nempe *velocitates sunt reciproce, ut perpendicula e centro virium in tangentes demissa*. Etenim velocitates utcumque variabiles tempore infinite parvo tanquam uniformes considerari possunt, ob minimum sive in-

infinitesimum velocitatis incrementum, vel decrementum. Itaque velocitates uniformes per AB, BD sunt ut spatia AB, BD, iisdem temporibus minimis descripta; sunt autem spatia illa bases triangulorum æqualium ASB, BSD, quæ proinde sunt reciproce, ut perpendicula ex centro, S, in bases AB, BD, demissa; sed polygono in curvam abeunte, latera, AB, BD, evadunt tangentes curvæ in punctis A, B; erunt igitur velocitates in singulis curvæ punctis reciproce ut perpendicula ex centro virium in tangentes demissa. Quod quidem corollarium eximiæ utilitatis esse, ex dicendis manifestum fiet.

II. Attractionem in variis curvis considerare solent, qui sublimiorem Physicæ doctrinam explicant; nos vero facilitati studentes in circulo dumtaxat rem considerabimus, atque hanc hypothesim ad physicam veritatem, quantum licet, accurate transferre conabimur. Revolvatur in peripheria circuli ACD corpus A *Fig.* 4. quod ubi ad A pervenit, sublato vi tendente ad centrum, qua in circumferentia retinetur, per tangentem AB, in infinitum excurreret; itaque ut corpus in peripheria detineatur, necessum est vim aliquam perpetuo agere, quæ corpus urgeat versus, D, per spatium, BC, interea dum mobile vi impressa progrederetur per spatium infinitesimum AB; his enim viribus conjunctis mobile describet lineam, AC; hæc omnia facile patent ex demonstratis de virium compositione. Vis quæ exhibetur per, BC, dicitur *attractio*, quam alio nomine vim *centripetam* appellavimus; vim autem qua mobile ex arcu curvilineo transit ad tangentem, quæque exhibetur per, CB, diximus vim *centrifugam*; ambæ autem vires communi nomine *centrales* vocantur. Igitur lineola BC, exprimet

met vim centralem. Jam vero in circulo ducta chorda infinitesima, AC, erit ob triangulorum ACD, ACM, similitudinem, AM vel BC : AC = AC : AD, ac proinde AM, vel

$BC = \frac{AC^2}{AD}$; hoc est vis centralis in circulo

est, ut quadratum chordæ divisum per diametrum; quia autem arcus infinitesimus, illiusque chorda æquipollent, loco chordæ substituere licet ipsum arcum, ideoque vis centralis est ut quadratum arcus divisum per diametrum, vel per radium; cum enim virium centralium rationem dumtaxat hæc formula exprimat, perinde est, sive diametrum, sive semidiametrum adhibeamus. Porro vis centralis nomen retinet attractio, etiam si vis illa ad unicum punctum non dirigatur: singulis temporibus directionem mutare potest; ut enim mobile curvam describat, satis est vis centralis directionem non congruere cum ipsa directione tangentis, quod quidem evidens est ex articulo præcedenti. His præmissis in proximo articulo fusius explicandis fit

CONCLUSIO.

UNIVERSALEM INTER CORPORA OMNIA ATTRACTIONEM DEMONSTRANT PHÆNOMENA.

I. Circa solem revolvi observantur stellæ quinque, *planetæ* sive *erraticæ* ideo appellatæ. Harum nomina sunt: *Mercurius*: *Venus*: *Mars*: *Jupiter*: *Saturnus*. Planetas illos ita circa solem revolvi demonstrant observationes Astronomicæ, ut radiis ad solem ductis areas describant temporibus proportionales; lex illa qua planetæ circa solem areas describunt temporibus pro-

por-

portionales, ab inventore suo *prima lex repleri* solet appellari. Saturnum comitantur stellulæ quinque quæ satellites dicuntur, & Jovem quatuor; illi autem satellites qui *planetæ secundarii* etiam appellantur, eadem lege circa planetas primarios revolvuntur, areas scilicet circa suos planetas, & circa solem ipsum describunt temporibus proportionales. Revolvitur quoque Luna circa terram nostram, radiisque ad ipsius centrum ductis areas describit temporibus quam proxime proportionales. Igitur planetæ primarii vi centripeta tendunt in Solem, & planetæ secundarii tendunt quoque in suos primarios, atque in Solem ipsum; Luna etiam vi centripeta urgetur in terram. Porro actioni aqualis est & contraria reactio, ergo mutua est attractio, nempe planetæ attrahuntur a Sole, & viceversa Sol trahitur a planetis, satellites tendunt in planetas primarios, & contra planetæ primarii in secundarios, ac proinde Luna tendit in terram, & vicissim terra in lunam. Hanc mutuam lunæ, tellurisque attractionem demonstrant astronomicæ observationes plurimæ, sed explicata Astronomiæ doctrina tota res deinde facilius intelligetur; quare mutuam planetarum attractionem nunc generatim ostendere satis erit. Cum inter planetas primarios & secundarios, inter solem & planetas singulos actio sit reciproca, inter varios planetas actionem quoque mutuam esse ex analogia naturæ colligi potest; hanc autem ratiocinationem, quæ non satis firma fortasse videbitur, confirmant errores in Saturni, Jovisque motibus ex mutua illorum actione oriundi. Pro varia planetarum illorum distantia a sole, & a se invicem, pro diversa illorum mutua & respectu solis positione, multæ in illorum motibus observantur inæqualitates, quæ nulli alteri causæ,

quam

quam mutuæ attractioni tribui possunt. Qua enim ratione alia fieri posset, ut planetæ illi pro varia positione suos motus turbarent? nisi vi aliqua attrahente, quæ in minoribus distantiis major est, in majoribus autem minor. Errores in Jovis & Saturni motibus sese facilius Astronomis conspicuos præbent; certum enim est planetas illos esse reliquorum omnium longe maximos, ac proinde & major esse debet actio mutua; sed hujus attractionis legem in proximo articulo expendemus, & attractionis doctrinam magis, ac magis declarabimus.

II. Vim attractivam qua sese mutuo petunt corpora cælestia, inter corpora terrestria etiam vigere ostenditur exemplo lunæ. Satis accurate ponunt Astronomi lunam motu uniformi circa terram revolvi in circulo, cujus radius æqualis est sexaginta semidiametris terrestribus. Itaque cum circulorum peripheriæ sint inter se, ut radii, erit orbis lunaris circumferentia circuli maximi terrestris circumferentia sexagesies major. Inventa autem est circuli maximi terrestris circumferentia pedum parisiensium 123249600, ac proinde nota est orbis lunaris peripheria, quæ sexagesies major est. Jam vero tempus periodicum lunæ, quo nempe luna circa terram revolvitur, est dierum 27. horarum 7. minutorum primorum 43. quia autem motus ponitur uniformis, facile invenitur spatium dato aliquo tempore descriptum, V. G. minuti unius primi tempore. Sunt enim spatia velocitate uniformi percursa directe ut tempora, quare per *regulam trium* dicatur: tempus totum periodicum lunæ est ad tempus minuti unius primi, ut tota lunaris orbis peripheria ad ejusdem orbis arcum tempore minuti primi descriptum: datis autem in proportione tribus terminis datur & quartus, ac proinde invenietur ar-

arcus minuti unius primi tempore deſcriptus, cujus arcus quadratum dividatur per lunaris orbis diametrum, habebitur, ex demonſtratis, lineola, BC, hoc eſt, vis centripeta lunæ; hæc autem lineola inito calculo invenitur æqualis pedibus $15.\frac{1}{12}$ pariſienſibus; nempe talis eſt vis centripeta lunæ in diſtantia a terra ſemidiametrorum terreſtrium ſexaginta, ut luna urgente vi illa tempore minuti unius primi verſus terram deſcenderet per ſpatium pedum $15.\frac{1}{12}$ Jam fingamus lunam accedere ad terram, erit velocitas lunæ ſexageſies major; ſunt enim velocitates reciproce ut perpendiculares ex centro virium ad tangentes demiſſæ, hoc eſt in ratione ſemidiametrorum, ex hypotheſi orbis circularis. Itaque luna prope terram tempore ſexageſies breviori nempe minuto uno ſecundo deſcriberet pedes $15.\frac{1}{12}$; dato enim ſpatio velocitates uniformes ſunt inverſe ut tempora; ſed hoc idem ſpatium eodem tempore percurrunt gravia terreſtria: Igitur vis centripeta lunæ & vis centripeta terreſtris ſunt ejuſdem generis, cum eamdem utraque menſuram habeat, eamdemque directionem. Ergo luna graviaque terreſtria tendunt in terram atque etiam ſe mutuo trahunt corpora omnia terreſtria non ſecus ac faciunt cæleſtia, per legem analogiæ.

III. Non ſolum in ſe mutuo tendunt corpora, ſed etiam eadem vi mutua pollent omnes corporum partes; alioquin tota diſſolveretur corporum telluriſque compages. Illa autem attractio non ſolum mutua eſt, ſed etiam æqualis; etenim diſtinguatur terræ moles in binas quaſcunque partes vel æquales vel utcunque inæquales; jam ſi partium attractio mutua non foret atque etiam æqualis, attractio minor cederet

deret majori, & partes conjunctæ recta moveri pergerent in infinitum. Partes igitur ſeſe mutuo æqualiter urgent, ita ut actioni ſemper æqualis ſit & contraria reactio; quæ quidem omnia allato jam antea magnetis exemplo illuſtrari poſſunt; quod autem dictum eſt de binis utcumque terræ ſectionibus, idem quoque intelligitur de aliis quibuſcunque corporum partibus. Itaque attractionem univerſalem demonſtrant phenomena cæleſtia atque terreſtria, ita ut hanc naturæ legem in dubium vocare non poſſit ingenuus Philoſophus; quæcunque ſit attractionis cauſa quam deinde variis in locis data occaſione expendemus. Hæc doctrina mortalibus omnibus tamdiu ignota a Nevvtono tandem admirabili quadam felicitate in bono lumine collocata eſt. Extiterant ſane qui ante ipſum attractionem nominarent. Keplerus qui motuum cæleſtium leges feliciſſime detexit, earum cauſas per *magnetiſmum* quemdam explicare conatus eſt. Verum quæ hac de re protulit tam incerta ratione deducta ſunt & plerumque etiam ita ſunt abſurda, ut cum iis comparata quæ Nevvtonus certiſſima methodo invenit, pro nullis omnino haberi debeant. Hinc Nevvtonianæ doctrinæ parum doctos ſeſe probant aliqui Philoſophi qui haud ſatis æqui rerum æſtimatores inventionis gloriam hac in re Nevvtono eripere conantur.

Objicies attractionis univerſalis doctrina maxime innititur prima Kepleri lege, qua nempe ſtatuitur planetas primarios circa ſolem, ſecundarios circa primarios areas temporibus proportionales deſcribere; atqui lex illa nequaquam obſervatur, imo attractionis doctrinæ repugnat omnino. Et quidem in motibus Jovis & Saturni demonſtrant obſervationes aſtronomicæ variationes plurimas quæ areas temporibus proportionales

tionales maxime perturbant. Tot mutationibus obnoxii ſunt lunares motus ut nulli fere legi ſubjiciantur, eaſdem mutationes patiuntur Satellites Jovis; ergo &c.

Reſ. Diſtinguo min. lex illa non obſervatur *accurate* concedo min. *quamproxime*, nego min. & conſeq. Requidem vera erroribus plurimis obnoxii ſunt corporum cæleſtium motus, ſed errores illi attractionis doctrinam apprime confirmant; ut jam obſervavimus. Demonſtratum quidem eſt areas temporibus proportionales eſſe; verum in hac demonſtratione unius duntaxat corporis vim centripetam conſideravimus, neque errores ex mutua aliorum corporum attractione oriundos æſtimavimus. Porro Kepleri legem aliquantulum perturbat mutua planetarum attractio, & præſertim in Jove & Saturno ob majorem illorum maſſam. At aberrationes illæ in minoribus duntaxat planetarum diſtantiis conſpicuæ fiunt; quo magis autem a ſe invicem recedunt planetæ, eo minores deprehenduntur errores atque tandem evaneſcunt. Eadem eſt ratio cur variationes plurimas experiatur luna ob variam ſcilicet telluris ſoliſque poſitionem, variamque illorum diſtantiam. Tandem varia ſatellitum jovialium poſitio diverſaque diſtantia aliquam in illorum motibus mutationem afferre debent. Sed omnes illos errores ad calculum revocare norunt Geometræ, quorum quidem diligentiam & peritiam demonſtrat calculorum cum obſervationibus aſtronomicis ſumma conſenſio. Itaque ex præcedenti objectione nihil aliud colligi poteſt, niſi pro varia corporum maſſa variaque diſtantia, diverſam quoque eſſe attractionem. Addere jam ſatis erit probatam quoque manere vim attractivam, etiam ſi corpora cæleſtia areas temporibus proportionales non deſcribant; evidens enim eſt ex demon-

ſtratis de virium compoſitione, ſine vi aliqua centripeta nullum fieri poſſe motum curvilineum quæcunque ſit vis centripetæ directio; igitur curvilinei planetarum motus vim aliquam centripetam ac proinde attractionem demonſtrant.

Inſtabis 1. Ex illa mutua attractione ſequeretur univerſi ſiſtematis planetarii confuſio; Si enim planetæ ſe mutuo attrahant, progreſſu temporis in ſe mutuo præcipites ruere debent, atque tandem in eamdem cum ſole maſſam coaleſcere. Ergo &c.

Reſp. Nego Ant. cujus probatio tota facile evaneſcit, ſi attendamus, planetas duabus viribus urgeri, una ſecundum directionem tangentis, altera autem centripeta. Et quidem ſine virium illarum compoſitione nullum orbem curvilineum deſcribi poſſe ſæpius demonſtravimus. Et certe ſola vi centripeta in ſe mutuo ruerent corpora omnia, atque in rudem indigeſtamque molem tandem rediret totus hujus univerſi ordo. At omnipotenti divinaque manu ita inter ſe temperati fuerunt cæleſtes motus, ut planetæ in orbibus ſuis circa ſolem certa & admiranda lege regantur atque retineantur.

Inſtabis 2. Stellæ fixæ eamdem perpetuo a ſe invicem diſtantiam ſervant, ſuiſque locis immotæ manent; Iis ergo nullus impreſſus eſt motus ac proinde ſola remaneret vis centripeta qua ſtellæ fixæ in unum tandem coirent globum. Itaque ſic argumentari licet: univerſam mundi compagem perturbaret attractio illa qua ſtellæ fixæ in ſe mutuo tenderent atque in unicam tandem coaleſcerent maſſam, atqui &c. ergo &c.

Reſp. Neg. min. etiamſi nullus ſtellis fixis impreſſus fuerit motus, tanta tamen eſſe poteſt ſtellarum a ſe invicem diſtantia, ut mutua attractio quam ex diſtantia pendere obſervavimus,

omnino

omnino evanescat. Præterea certissimum est stellas esse totidem soles proprio lumine fulgentes, circa quos probabilissimum est revolvi non secus ac circa solem nostrum diversa planetarum sistemata. Si autem hæc fiat hypothesis, jam facile intelligitur stellas singulas in proprio virium centro quiescere, vel nihil fere moveri, atque ex sistematum omnium conjunctione & æquilibrio, sua mundanæ machinæ constabit firmitas; luculentissimum sane divinæ intelligentiæ & omnipotentiæ argumentum.

Instabis 3. Attractio universalis inter corpora terrestria sese conspicuam præberet; globi duo in ipsa telluris superficie magno etiam dissiti intervallo ad se mutuo tenderent atque tandem ad contactum pervenirent; non secus ac faciunt magnes & ferrum; atqui mutuus ille accessus non observatur, ergo &c.

Res. Nego maj. Corpora qualibet tendunt in se mutuo, sed tendunt quoque in terram. Porro attractionem universalem ex quantitate materiæ pendere jam observavimus, illamque attractionem, cæteris paribus, esse ut quantitatem materiæ in proximo articulo demonstrabimus. Itaque cum quantitas materiæ in terra immense superet quantitatem materiæ in prædictis globis, patet attractionem globorum versus terram esse fere infinite magnam, si conferatur cum mutua globorum attractione, quæ proinde tantilla est ut sentiri nequaquam possit. At si tanta sit corporum massa ut cum ipsa quantitate materiæ in terra satis magnam habeat rationem, jam sub sensus cadere poterit attractio. Magna observationum subtilitate hanc attractionem expertus est D. Bouguer unus ex doctissimis parisiensibus Academicis qui laboriosum æternaque fama dignissimum iter aggressi sunt ad definiendam telluris figuram.

Prope ingentem montem in Peruvio qui dicitur *chimboraco* pendulum constituerat vir clarissimus; observavit autem filum penduli septem minutis secundis cum dimidio a perpendiculo aberrare, ab ipso scilicet monte attractum. Quo autem artificio & quanta diligentia usus fuerit D Pouguer, legere est in eximio opere de figura telluris. Quod autem spectat exemplum magnetis & ferri, ad præsentem casum trahi non potest. Agitur enim de attractione universali, attractio autem magnetica est alterius plane generis, & ad magnetem ferrumque duntaxat pertinet. Hæc pauca dicta sint de attractione universali, quæ quidem ex tota hujus capitis serie magis ac magis intelligetur, sed confirmabitur maxime, dum suo loco astronomicum sistema explicabimus.

ARTICULUS II.

De prima attractionis lege.

I. AD investigandam attractionis legem virium centralium doctrinam in circulo considerabimus; hanc facili ratiocinatione demonstravit Nevvtonus. Ponamus corpora duo in circulorum peripheriis revolvi; haberi possunt circuli illi tanquam polygona similia exlateribus numero infinitis & infinite parvis composita. Quare moveri intelligantur corpora in polygonorum suorum latere aliquo, seclusa vi centripeta secundum hujus lateris directionem pergerent in infinitum; dum ergo ex latere uno polygoni in aliud latus proxime contiguum transeunt, vi centripeta in polygoni angulum incurrunt. Vis autem qua polygoni angulum feriunt, est quantitas motus, nempe ictus magnitudo est ut massa per velocitatem multiplicata, eritque

que vis centralis tota ut magnitudo ictus & numerus ictuum simul. At quo major est velocitas & quo minor circumferentia circuli, eo major est ictuum numerus eodem tempore; ergo numerus ictuum est ut velocitas directe, & circumferentia inverse. Quare vis centralis quæ est ut ictus magnitudo & numerus ictuum conjunctim, erit in ratione composita directa quantitatis motus & velocitatis atque inversa radii, sive quod idem est, ut productum ex massa in quadratum velocitatis divisum per radium. Plurimæ leguntur hujus principii demonstrationes, sed hanc anteponimus quæ ex per ipsa virium centralium natura facile derivatur. Jam corporum massæ dicantur M, m, circulorum circumferentiæ C, c, velocitates V, v, tempora T, t, vires centrales F, f, circulorum radii R, r. Erit $F : f = \frac{M. V._2}{R} : \frac{m. v_2}{r}$. Quia vero in circulo velocitates sunt uniformes, ac proinde ut spatia descripta sive circumferentiæ directe, & tempora inverse, erit $V : v = \frac{C}{T} : \frac{c}{t} = \frac{R}{T} : \frac{r}{t}$, ob circumferentias radiis proportionales. Quare tandem habebitur $F : f = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$; jam ponantur massæ æquales, itemque tempora æqualia, erunt vires centrales ut circulorum radii. Fingantur vires centrales decrescere ut crescunt quadrata distantiarum a centro, hoc est, ponantur vires centrales in ratione duplicata inversa distantiarum, erunt F : f ut $\frac{M}{R} : \frac{m}{r^2}$, ac proinde in proportione præceden-

ti $F : f = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$, erit $\frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2} = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t^2}$, positisque massis M, m, æqualibus fiet $\frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2} = \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$, ideoque $R^3 : r^3 = T^2 : t^2$, hoc est, cubi distantiarum sunt ut temporum quadrata, si vires centrales fuerint ut distantiarum quadrata inverse. Et vice versa, si ponantur cubi distantiarum ut temporum quadrata, erit in præcedenti analogia $F : f = \frac{R}{R^3} : \frac{r}{r^3} = \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2}$. Nempe vires centrales sunt ut quadrata distantiarum reciproce. Probe autem tenendæ sunt hæ duæ virium centralium leges quibus tota innititur Astronomia. Prima: *Si corporum in circulis revolventium vires centrales fuerint in ratione duplicata inversa distantiarum a centro, erunt temporum periodicorum sive revolutionum quadrata ut cubi distantiarum*. Secunda: *Si temporum periodicorum quadrata fuerint ut cubi distantiarum, erunt vires centrales in ratione duplicata inversa distantiarum*. Demonstratæ hactenus virium centralium leges virorum non geometrarum oculis repræsentari solent ope machinæ, quæ virium centralium machina solet appellari. Hanc autem machinam utpote oculis melius quam explicatione ulla usurpandam prætermittimus.

II. Notissima est omnibus curva quæ *ovalis* vulgo dicitur, a Geometris autem *ellipsis* frequentius appellatur. Si per duo puncta quæ in ellipseos circumferentia a centro magis distant, ducta intelligatur recta quæ per ellipseos centrum transeat, hæc dicitur *axis major*, ad quem si perpendiculariter erigatur recta per centrum tran-

transiens & ad circumferentiam utrinque terminata, hæc vocabitur *axis minor*. Jam vero si ex duabus axis minoris extremitatibus hinc & inde ad partes centri oppositas ducta intelligatur recta ad axem majorem, quæ recta æqualis sit dimidio axi majori, habebuntur in axe majore puncta duo quæ ellipseos *foci* appellantur. His præmissis definitionibus, ex observationibus astronomicis notum est planetas revolvi in ellipsibus quarum focum unum communem sol occupat. Quamvis autem hæc sola curva cælestibus motibus accuratissime respondeat, quia tamen circularis planetarum orbita non multum ab astronomicis observationibus aberrat, imo nihil fere in quibusdam planetis, in re præsenti sine errore hanc hypothesim quæ ad veritatem proxime accedit, facere licet. His explicatis sit

CONCLUSIO.

ATTRACTIONIS UNIVERSALIS LEX EST UT CORPORA OMNIA SESE ATTRAHANT IN RATIONE DIRECTA MASSARUM ET DUPLICATA INVERSA DISTANTIARUM.

Demonstratur 1. planetæ revolvuntur in ellipsibus circa solem quarum focum unum communem sol occupat. Hæc autem curva a planetis circa solem descripta prædictam attractionis legem omnino postulat; demonstrant scilicet Geometræ corpus aliquod in ellipsi revolvi non posse vi tendente ad focum, nisi vis centripeta decrescat in ratione duplicata distantiarum ab eodem foco. At cum hæc demonstratio pendeat ex ipsa ellipseos natura de qua nihil tradidimus, satius est planetarum orbitas velut circulares considerare, quod quidem satis accurate fieri posse jam observavimus. Porro demonstrant observationes astronomicæ temporum pe-

riodicorum quadrata in planetis esse ut cubi distantiarum a sole, ergo vis planetarum in solem decrescit in ratione duplicata distantiarum a sole. Hæc temporum periodicorum & distantiarum ratio quæ celeberrimo *Keplero* debetur, appellari solet: *Lex secunda Kepleri*. Hanc autem legem non solum servant planetæ primarii circa solem, sed etiam planetæ secundarii circa primarios. Mutuam planetarum perturbationem, lunaresque inæqualitates laboriosissimo & fere insuperabili calculo in hac attractionis lege nuperrime investigarunt doctissimi viri, & calculum cum observationibus astronomicis accurate consentire testantur diligentissimi Astronomi; imo eo pervenit, quod sperare vix fas erat, doctissimus mihique amicissimus dominus *Clairaut* ut cometarum reditum prædicere Astronomos docuerit; neque celeberrimi viri laborem fefellit eventus, cum anno proxime elapso 1759. paucorum dierum intervallo a calculis aberraverit reditus cometæ qui anno 1682. apparuerat. Quæ cum ita sint, Nevvtonianam attractionis legem demonstrant observationes astronomicæ, neque eam in dubium vocare possunt qui demonstrationis vim sentiunt.

II. Eamdem attractionis legem terrestribus quoque corporibus convenire ex analogia naturæ colligi potest; at rem ipso corporum terrestrium exemplo ostendamus. Quod ut fiat, in memoriam revocandum est vim centripetam lunæ esse ejusdem generis cum gravitate terrestri; vi enim centripeta describeret luna pedes 15. $\frac{1}{12}$ minuto uno secundo, non secus ac faciunt corpora terrestria. Jam vero investigari poterit spatium vi eadem centripeta lunari prope terram descriptum tempore minuti unius primi seu minutorum secundorum sexaginta; etenim com-

compertum eſt experimentis gravia terreſtria hac lege deſcendere, ut nempe ſpatia deſcripta ſemper ſint, ut quadrata temporum, quare per regulam trium dicatur $1'' : 15\frac{1}{12} = 60\times60'' : 15\frac{1}{12}\times 60 \times 60'$; in hac proportione virgulæ,, deſignant minuta ſecunda, quemadmodum virgula, deſignare ſolet minuta prima. Itaque ſpatium minuti unius primi tempore prope terram a luna deſcriptum erit $15\frac{1}{12} \times 60 \times 60''$; ſed ſpatium a luna eodem tempore deſcriptum in diſtantia a terra ſemidiametrorum 60 eſt $15\frac{1}{12}$. Quare cum vires ſint ut ſpatia iiſdem temporibus deſcripta, erit vis centripeta lunæ in telluris ſuperficie ad vim centripetam in diſtantia ſemidiametrorum terreſtrium ſexaginta, ut $15\frac{1}{12} \times 60\times60$ ad $15\frac{1}{12}$, ſeu ut 60×60 60×60 ad I; quare ſi ſemidiameter terreſtris repræſentetur per, I, erit diſtantia mediocris lunæ a terra ut 60, ac proinde 60×60 erit hujus diſtantiæ quadratum. Quare cum quadratum unitatis ſit, I, erit vis centripeta lunæ in ſuperficie telluris ad vim centripetam lunæ in diſtantia mediocri a terra, ut mediocris diſtantiæ quadratum ad quadratum ſemidiametri terreſtris, hoc eſt, in ratione duplicata inverſa diſtantiæ. Itaque eadem lex obtinet quoque in corporibus terreſtribus. Porro obſervandum eſt attractionem conſiderari poſſe, vel in corpore attrahente, vel in corpore quod attrahitur. Si primum, vis illa *attractionis* nomen retinet; ſi ſecundum *gravitas* appellatur. Quia autem omnis attractio mutua eſt, patet hanc eſſe univerſalem gravitatis legem, ut nempe ſe habeat in ratione directa maſſæ, & duplicata inverſa diſtantiæ.

Objicies. Prædictam attractionis legem demonstrare non possunt astronomorum calculi atque observationes, nisi cognitæ sint planetarum massæ; ita enim componi potest massarum & distantiarum ratio, ut eadem prodeant phenomena; atqui cognita non est planetarum massa; qua etenim ratione corporum remotissimorum massæ explorari, atque, ut ita dicam, ponderari possunt? Ergo &c.

Resp. Nego maj. & min. & 1. quidem ut definiri possit lex attractionis, satis est ex observationibus astronomicis innotescere curvilineas planetarum orbitas, illorumque tempora periodica, ut ex præcedentibus demonstrationibus patet; sed hæc duo certissimis observationibus constant, ergo ad determinandam generalem gravitatis legem necessarium non est perspectas esse planetarum massas. 2. Quamvis imperito hominum vulgo res absurda videatur, planetarum massas ad calculum revocare, Geometris tamen non desunt methodi, quibus id obtinere possunt. Methodum ex præmissis principiis facile colligendam hic explicare non abs re erit. Sint planetæ duo M, m, quos comitentur satellites ad distantias A, a revolventes, temporibus T, t, erunt satellitum vires centripetæ $\frac{M}{A^2}$, $\frac{m}{a^2}$; sunt enim attractiones versus M, m, in ratione directa corporis attrahentis, & duplicata inversa distantiæ. Præterea vis centrifuga æqualis est vi centripetæ, & satellitum vires centrifugæ sunt $\frac{A}{T^2}$ $\frac{a}{t^2}$. Quare erit $\frac{M}{A^2} : \frac{m}{a^2} = \frac{A}{T^2}$ $\frac{a}{t^2}$. Hinc data ratione A ad a, & T ad t, dabitur quoque ratio M ad

ad M, nempe ratio maſſarum in duobus planetis primariis. Itaque hoc modo innoteſcere poterit ratio maſſarum in Jove, Saturno, terra, & ſole ipſo; illi enim planetæ ſuos habent Satellites, ne excepto quidem Sole, circa quem planetæ tanquam Satellites revolvuntur; præterea etiam datur ratio diſtantiarum Satellitum a planetis primariis, atque eorumdem Satellitum tempora periodica. Ex his principiis innotuit quantitates in Sole, Jove, Saturno, & terra eſſe inter ſe, ut numeri ſequentes I. $\frac{1}{1067}$. $\frac{1}{3021}$. $\frac{1}{169282}$. Verum hæc methodus valet dumtaxat in planetis, qui Satellites habent; hinc in Mercurio, Venere, & Marte, cum Satellitibus careant, quantum hactenus per obſervationes judicium ferre licet, non ita accurate innoteſcit maſſarum ratio. Hanc quidem methodum explicare placuit, tum ob rei ipſius utilitatem, tum ut vobis demonſtretur ſuperba quorumdam hominum imperitia, qui velut abſurdum, ridiculumque traducunt, quod ipſi non intelligunt, a quo quidem graviſſimo errore vos longe alienos volo.

Inſtabis 1. Lex attractionis in ratione diſtantiarum duplicata decreſcentis, contraria omnino eſt gravitatis terreſtris legi. Etenim experimentis conſtat vim gravitatis in eodem terræ loco, & in diverſis a tellure diſtantiis, eamdem manere; ſi corpus aliquod manu ſuſtineamus, ſive in ſumma turri, ſive in ima, eamdem preſſionem ſentimus; craſſior quidem eſt hæc æſtimatio; at res accuratius definiri poteſt, ſi in ſumma turri ſtateræ brachiis imponantur corpora duo, quæ ſint in æquilibrio, deinde corpus alterutrum e lance ipſa filo ſuſpendamus, ac paulatim demittamus, æquilibrium

brium manere experiemur in diverſis etiam a terra diſtantiis. Quare ſic argumentari licet. Attractio illa non decreſcit in ratione diſtantiarum duplicata, quæ in diverſis a tellure diſtantiis eadem obſervatur; atqui &c. ergo &c.

Reſp. diſtinguo maj. Si diſtantiarum differentia fuerit ſatis magna, concedo maj. Secus, nego maj. D. M. nego conſequentiam. Quamvis gravitas terreſtris decreſcat in ratione diſtantiarum duplicata a centro telluris, in exiguis tamen a terra diſtantiis gravitatem terreſtrem, velut conſtantem, & perpetuo eamdem conſiderare licet. Etenim tantilla eſt diſtantiarum, in quibus experimenta ſumi poſſunt, differentia, ut pro nulla omnino haberi debeat, ſi cum integra telluris ſemidiametro conferatur, quod exemplo patebit. Ponamus haberi experimentum in vertice Montis omnium altiſſimi inſularum Canariarum dicti *pico de tenerif*, cujus altitudo ſit trium milliarium. Jam vero ſemi-diameter telluris ponatur circiter quatermille milliarium, ſumptis quadratis erit gravitas in Montis vertice ad gravitatem in Montis radice, ut 16000000 ad 16024009, quæ quidem ratio eſt quam proxime ratio æqualilitatis, ita ut gravitatis differentia nullo experimento ſentiri poſſit. Ceterum de gravitate conſtante, illiuſque directione tractabimus in Capite ſequente; quare hæc pauca dicta ſint.

Inſtabis 2. Ad demonſtrandam gravitatis legem, hac ratiocinatione utuntur plerique Phyſici. Sit, A, *Fig.* 5. punctum a quo undique emanet qualitas quælibet ſecundum rectas, AB, AC, AD &c. per totum ſpatium indefinite protenſas. Jam vis hujus qualitatis decreſcit in ratione duplicata diſtantiæ, nempe erit vis illa in, D, ad vim in, G, ut quadratum diſtantiæ AG, ad quadratum diſtantiæ AD. Et-

Etenim cum (ex hypothesi) qualitas undique in orbem per lineas rectas diffundatur, evidens est qualitatis hujus vim , seu intensitatem eo majorem esse , quo majori copia confertiusque accumulantur ejusdem qualitatis radii ; sed cum idem fit in unaquaque superficie HDB, GDK, radiorum numerus , patet radios illos eo confertiores esse , quo minor est circulorum superficies, ita ut spissitudo , sive densitas radiorum semper sit in ratione reciproca superficierum ; sed circulorum superficies sunt in ratione duplicata radiorum , ergo virtus e centro propagata, quæ est ut circulorum superficies reciproce , erit ut quadratum distantiæ a centro inverse . Hoc argumento utuntur Physici fere omnes, & ad solis planetarumque actiones allatam demonstrationem transferunt ; quod quidem quam perperam faciant, facile patet ; fingunt enim attractionem effluviorum instar propagari, ergo &c.

Resp. Ad totam hujus argumenti seriem frustra nobis objici præcedentem demonstrationem quam non solum non adhibemus , sed contra longe rejicimus ; & quidem reprehendi omnino debet talis hujus demonstrationis usus qui tamen in plerisque Physicorum libris legitur . Præcedens demonstratio transferri quidem potest ad propagationem luminis, cujus intensitas decrescit in ratione duplicata distantiarum a puncto radiante ; verum proculdubio errant Physici , qui de omnibus qualitatibus a dato puncto in spheram diffusis eamdem legem pronuntiant . Et certe id verum non est , nisi addatur qualitatem illam progredi motu uniformi , & nullam ejus partem sisti vel dissipari . Si enim celeritas mutetur , radii qui dato aliquo tempore in orbe uno includuntur , non continebuntur in orbe altero, sed magis vel minus,

pro-

prout vel retardabitur motus vel accelerabitur. A vero igitur aberrant, qui ad æstimandam quantitatem odoris e dato globo emissi, assumunt odoris intensitatem decrescere in ratione duplicata distantiarum. Neque enim verisimile est motu uniformi, recta progredi odoriferas particulas quarum plurimæ circa ipsum corpus a quo emanant, hærent ipsi aeri admixtæ, aliæ autem spirante vento inde avelluntur, & longius abeunt. Sed multominus ad definiendam attractionis legem trahi potest præcedens demonstratio; & quidem attractio considerari non potest, qualitatis instar per radios diffusæ. Præterea intelligi nequaquam potest, quid ad attractionem conferre valeat illa corpusculorum emissio. Hanc objectionem afferre placuit, ut moneantur studiosi adolescentes Philosophicis ratiocinationibus temere, & non sine examine credendum esse.

ARTICULUS III.

De altera attractionis specie.

I. IN præcedenti articulo illam dumtaxat consideravimus attractionem, quæ inter magna corpora, & ad distantias satis magnas exercetur; at inter minimas corporum particulas in ipso contactu, & in minimis intervallis viget potentissima atrractio, cujus legem investigabimus. Sed præmittenda sunt experimenta aliqua. Inter minimas fluidorum particulas mutuam attractionem exerceri, demonstrant ipsa guttarum fluidarum tenacitas atque rotunditas; duæ guttæ fluidæ in minima distantia sese attrahunt, & in majorem guttam coalescunt; eamdem mutuam attractionem inter corpora dura, & fluida ostendunt etiam experimenta. Si lamel-

mella vitrea superficiei aquæ admoveatur, ita ut ipsam aquam lambat, non sine conatu aliquo lamellam ab aqua distrahi posse sentiemus, nempe per totam lamellæ superficiem minimæ aquæ columnæ adhærescunt quæ tandem, aucta vel tantisper distantia, proprio pondere relabuntur. Neque prætermittenda sunt præclarissima de lucis inflexione, & attractione experimenta. Si in cubiculo undique clauso, & satis tenebroso per foramen exiguum admittantur solares radii, qui deinde prope corporis alicujus aciem transeant, radius aciei proximior vi maxima a corpore attrahetur, atque inflectetur, & postea reflectetur; ordine succedent radii alii qui attrahentur minus, donec crescente paululum distantia, oculorum aciem fugiat attractio. Inter corpora dura eamdem attractionis speciem vigere demonstrant vulgatissima experimenta. Si duæ lamellæ vitreæ sibi invicem arcte apprimantur, lamellas illas non sine magno conatu a se mutuo avelli posse experiemur, atque etiam attractiouem quamdam sentimus licet subtilissimis filis separatæ sint lamellæ; sed crescente tandem filorum crassitie, attractio omnis evanescit. Probe notari debent hæc experimenta, illorumque conditiones; in omni corporum specie inter corpora quælibet hæc attractio exercetur, sed ea conditione ut in contactu & prope contactum sit maxima, in distantiis autem etiam valde exiguis evanescat.

II. Demonstrata in articulo præcedenti attractionis lex descriptis experimentis satisfacere non potest. Etenim intelligantur coni similes PAEA, PMBN, quorum vertex communis P. *Fig. 6.* ponantur singulæ conorum partes attrahi versus P, in ratione duplicata inversa distantiarum, fingaturque conos illos dividi in su-

ſuperficies innumeras ſphæricas, erit attractio ſuperficiei Mm, ad attractionem ſuperficiei Aa, ut ſuperficies ipſæ directe, & quadrata diſtantiarum inverſe, ex hypotheſi. Sunt autem ſuperficies, ut quadrata diametrorum, & ob triangula PMm, PAa, ſimilia, diametri ſunt ut diſtantiæ, ergo attractiones ſunt ut quadrata diſtantiarum directe, & earumdem diſtantiarum quadrata inverſe, nempe attractio ſuperficiei Aa erit ad attractionem ſuperficiei Mm, ut $\frac{PA^2}{PA^2}$ ad $\frac{PM^2}{PM^2}$ hoc eſt ut $\frac{PA^2}{PA^2}$ ad $\frac{PA^2}{PA^2}$, ſcilicet in ratione æqualitatis. Quare ſi attractio, quæ in diſtantia qualibet eadem manet, dicatur, A, erit attractio coni truncati Mm Aa ad attractionem coni PMm, ut A×MA ad A× PM, ſive ut MA ad PM; ac proinde ſi fuerint PM, MA æquales, attractio in contactu P, haud erit validior, quam in qualibet a contactu diſtantia, quod quidem manifeſte repugnat recenſitis experimentis.

III. Prima attractionis ſpecies, da qua in articulo præcedenti ſermonem habuimus, pendet ex quantitate materiæ; at præſens attractio in minimis dumtaxat exercetur intervallis, ac proinde ad eas non extenditur ejuſdem etiam corporis particulas, quæ ſunt a contactu longius poſitæ. Itaque licet hæc attractio certam quoque diſtantiarum legem ſervare debeat, illæ tamen diſtantiæ non a corporum centro, ſed ab ipſa ſuperficie computandæ ſunt; atque hoc alterum eſt diſcrimen inter utramque attractionis ſpeciem. Etenim dum in præcedenti capite diximus attractionem eſſe in ratione duplicata inverſa diſtantiæ, hanc diſtantiam ab ipſa corporum ſuperficie æſtimare non licet, niſi corporum diametri cum mutua corporum diſtan-

ſtantia comparatæ rationem valde exiguam habuerint; quod quidem in præcedenti capite ponebamus. Jam vero mutuam ſphærarum attractionem conſiderabimus. Intelligatur corpuſculum aliquod extra ſphæram poſitum, & a ſingulis ſphæræ particulis attractum in ratione diſtantiarum duplicata inverſa. Fingatur ſphæram illam condenſari, ita ut tota coeat in centrum; partes anteriores a corpuſculo recedentes, aliquam vis attractivæ partem amittunt in ratione ſcilicet duplicata ſemidiametri, ſed hanc mutuam attractionem lucrantur partes aliæ oppoſitæ, ita ut attractionis decrementum ex una parte, incremento ex parte altera compenſetur; quare eadem manet attractio tota, ſive partes circa centrum diſpergantur, ſive in centro colligantur. Quia vero quælibet materiæ particula aliam quamlibet attrahit in ratione duplicata inverſa diſtantiæ, evidens eſt corpuſculum in utroque caſu eadem lege a ſphæra attrahi, nempe in ratione duplicata inverſa diſtantiæ a centro. Cum eadem ratiocinatio de ſphæris duabus inſtitui poſſit, patet ſphæras duas ſeſe mutuo attrahere in ratione duplicata inverſa diſtantiarum a centro, non vero ab ipſa ſuperficie. Hanc attractionis legem ratiocinatione magis geometrica demonſtrant Philoſophi, qui attractionis doctrinam ſublimiori modo explicant, nobis vero qui breves, ſine obſcuritate tamen, fieri laboramus, ſatis ſit facilem expoſuiſſe ratiocinationem, quæ ad omnium captum ſit accommodata. Jam vero utriuſque attractionis conſtituto diſcrimine, ſit

CON-

CONCLUSIO.

PRÆTER ATTRACTIONIS LEGEM IN RATIONE DISTANTIARUM DUPLICATA DECRESCENTEM, ADMITTENDA EST LEX ALIA IN RATIONE PLUSQUAM DUPLICATA DECRESCENS.

Demonſtratur 1. Attractio illa ſatis non eſt, quæ omnibus attractionis effectibus non ſatisfacit; atqui &c. ergo &c. major eſt evidens. Minor autem patet ex phenomenis modo recenſitis, & ex aliis jamjam declarandis. Si vis attractiva decreſcere in ſola ratione duplicata diſtantiarum, paulo major foret vis illa in contactu, quam in exiguis a contactu diſtantiis, quod repugnat experimentis. Harum virium rationem ex radiorum lucis inflexione calculo æſtimavit Nevvtonus, & invenit in minimis a contactu diſtantiis attractionem eſſe ad vim gravitatis ut 1000000000000000 ad unitatem; quæ quidem tanta virium differentia eidem attractionis legi tribuenda non eſt...... 2. Quoniam hæc vis attractiva in contactu dumtaxat vel prope contactum exercetur, evidens eſt corporis attrahentis maſſam ad majorem attractionem nihil conferre, ſed contactus magnitudini attractio illa proportionalis eſt. Quia tamen minimæ particulæ non longe a contactu, neque extra ipſos attractionis limites ſunt poſitæ, attractionem auget minimarum particularum denſitas. Hinc ſi marmora duo jungantur, & oleo vel pice, aut etiam aqua perfundantur, validius inter ſe cohærent, ob auctam contactus magnitudinem. Augetur cohæſio ſi calefiant liquores, quibus ſuperficies imbuuntur; hoc enim artificio poros altius penetrant liquorum

tum particulæ, minima interſtitia facilius ſubeunt, augetur minimarum partium denſitas, ideoque & attractio. En alterum utriuſque attractionis diſcrimen; prima enim attractio quantitati materiæ proportionalis eſt, non autem contactus quantitati. Itaque in minimis particulis attractio eſt, ut denſitas particularum & ſuperficies ſimul; cæteris paribus; quia vero ſuperficies ſunt ut quadrata diametrorum, ſoliditates autem ut earumdem diametrorum cubi, evidens eſt minimas particulas, quæ ratione ſoliditatis majorem habent ſuperficiem, fortius cohærere; contra corpuſcula, quorum minor eſt contactus, quales ſunt minimi globuli eximie perpoliti, facilius a ſe invicem diſtrahuntur; atque hinc fluiditatis rationem reddunt aliqui Phyſici; ſed hac de re in Phyſices progreſſu ſermonem habebimus.

Si quis autem a nobis requirat talem attractionis legem quæ in minimis magniſque diſtantiis poſſit phenomenis ſatisfacere, haud difficile erit demonſtrare innumeras eſſe poſſe hujus attractionis leges; quænam vero in rerum natura obtineat, nulla experimentorum ſubtilitate definiri poteſt. Legem unicam in exemplum afferre ſatis erit. Ponamus legem attractionis ex duobus terminis eſſe compoſitam, quorum primus ſit ut quadratum diſtantiæ inverſe, alter autem ut diſtantiæ cubus etiam inverſe. Jam ſi diſtantia dicatur, D, erit in hac hypotheſi lex attractionis $\frac{A}{D^2} + \frac{B}{D^3}$, litteræ A, B, deſignant quantitates quaslibet finitas. Fingamus diſtantiam minimam ſeu infiniteſimam, erit D^2 quantitas infiniteſima ordinis ſecundi, & D^3 quantitas infiniteſima ordinis ter-

tertii; quare evidens est quantitatem $\frac{B}{D^3}$ esse infinitam, si conferatur cum $\frac{A}{D^2}$ ac proinde in distantiis minimis evanescit ratio duplicata inversa distantiæ. Rursus si distantia ponatur valde magna, erit D^3 quantitas maxima si conferatur cum D^2. Igitur $\frac{B}{D^3}$ erit quantitas minima respectu $\frac{A}{D^2}$ ideoque in distantiis maximis sola valebit ratio duplicata inversa distantiæ. Quare si talem fingamus attractionis legem ex duobus terminis compositam quorum unus exprimat rationem duplicatam inversam distantiarum, alter autem inversam triplicatam, evidens est talem legis compositionem ita se habere ut in conctatu minimisque distantiis sola vigeat attractio in ratione triplicata inversa, in distantiis autem paulo majoribus sola supersit attractio in ratione inversa duplicata. At diligenter observandum est propositam attractionis legem exempli loco dumtaxat habendam esse; infinitæ enim hujusmodi leges excogitari possunt. Præterea si proposita lex accurate servaretur, attractio in contactu tanta foret ut corporum cohæsio nullo pondere frangi posset; foret enim cohæsio respectu gravitatis infinita, quod est absurdum. Igitur patet hanc attractionis legem considerari posse tamquam exemplum, quo intelligatur minime repugnare talem attractionis legem ex ratione duplicata inversa distantiarum compositam & ex alio termino, ita ut in contactu vel prope contactum secundus legis terminus habeat ad primum rationem valde magnam, non tamen infinitam; contra autem in di-

distantiis paulo majoribus, primus terminus ad secundum habeat rationem valde magnam sed tamen finitam; verum, ut jam supra observavimus, legem hanc licet reipsa existentem & minime commentitiam nemini divinare hactenus licuit, neque unquam fortasse licebit.

Objicies. Admittenda non est lex illa quæ analogiæ naturæ repugnat, atqui &c. ergo &c.... probo minorem. Universalissima naturæ lex est attractio decrescens in ratione duplicata distantiarum. Repugnante ergo analogia naturæ, alia fingitur lex omnino ignota & mere arbitraria.

Resp. Nego min. ad cujus probationem dico optimam quidem philosophandi regulam esse naturæ analogiam, sed ea abutendum non esse; neque enim contra hanc philosophandi regulam peccatur, si alias admittamus leges quas phenomena omnino postulant. Præterea simplicitati & analogiæ naturæ minime obstat prædicta lex ex duobus terminis composita; hæc enim tamquam simplicissima & unica naturæ lex haberi debet. Sed quidquid sit, supremo rerum omnium creatori leges quis audebit præscribere? Deus optimus maximus eas quas & quot voluit, leges ad consequendos in creatione præstitutos fines sapientissime constituit. Et certe vis magnetica & electrica ad generalem attractionis legem revocari nequaquam potest. Itaque analogia naturæ perperam abuteretur qui omnia attractionis phenomena ad unicam legem reducere tentaret. Natura quidem simplex est, sed simplicitatem hanc solus novit supremus naturæ auctor qui res omnes illarumque relationes unico intuitu perspicit: naturæ simplicitatem intueri datum non est nobis mortalibus qui facta dumtaxat seorsim consideramus, sed rerum causarumque nexum ignoramus.

In-

Instabis 1. demonstrant Geometræ singulas sphærarum particulas ipsasque etiam sphæras attrahi in ratione duplicata inversa distantiarum. Ita telluris globus suam attractionem exercet in ratione duplicata inversa distantiæ, & singulæ globi terrestris particulæ eamdem servant attractionis legem; at si lex attractionis ex duobus componatur terminis, jam attractio particularum & sphæræ totius eadem non est. Ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego minorem. Eamdem quidem legem attractionis in sphæris & sphærarum particulis demonstrant Geometræ, & nos quoque facili ratiocinatione ostendimus. At corporis totius singularumque partium eamdem esse legem in solis sphæris dumtaxat invenerunt Physici; minime vero in sphæroidibus aliisque corporibus quæ in rerum natura occurrunt Et quidem si ponamus singulas materiæ particulas quæ corpus aliquod componunt, trahere punctum quodlibet datum ad distantiam quamlibet, evidens est singulas corporis attrahentis particulas respectu puncti attracti diverse positas esse, ac proinde particularum vires diversam habere directionem diversamque mensuram. Quare cum attractio tota versus punctum aliquod nihil aliud sit quam vis unica ex viribus singulis resultans & in datam directionem unicam composita, patet in diversis corporibus pro varia partium positione diversam quoque esse posse attractionis legem. Et requidem ipsa hæc attractionis lex in ratione scilicet directa massæ & duplicata inversa distantiæ in paucissimis dumtaxat corporibus obtinet, E. g. in sphæris ut quotcumque magnis, quod jam demonstratum est. Tandem hæc objectio ad nostræ conclusionis sensum minime accommodata est; re quidem vera singulæ sphærarum par-

particulæ & ſphæræ ipſæ a puncto aliquo attrahuntur in ratione duplicata inverſa diſtantiarum, ſed in hac concluſione ſermo eſt de mutua particularum attractione inter ſe & in minimis diſtantiis vel in contactu.

Inſtabis I. ex præcedenti reſponſione ſequeretur, nulla corpora vel ſaltem pauciſſima ſeſe attrahere in ratione diſtantiarum duplicata; etenim hanc attractionis legem in ſolis ſphæris invenerunt Geometræ. Atqui id repugnat alteri concluſioni in qua prædictam attractionis legem conſtituimus, ergo &c.

Reſp. Nego min. Hanc quidem attractionis legem in corporibus cæleſtibus vigere ex obſervationibus aſtronomicis demonſtravimus. Nec minus invicte in corporibus terreſtribus eamdem attractionem oſtendimus. Corpora ſcilicet trahuntur a terra in ratione duplicata inverſa diſtantiarum & viceverſa. Neque obſtat corporum terreſtrium figura; ſi enim corpora illa conferantur cum tota telluris maſſa, velut corpuſcula minimæque particulæ haberi debent, illorumque proinde negligenda eſt figura. Quod autem ſpectat terræ corporumque cæleſtium figuram, eam velut proxime ſphæricam conſiderare licet. Quamvis ergo pauciſſima ſint corpora in quibus lex illa accuratiſſime ſervari poſſit, hanc tamen legem phyſice obtinere certiſſimum eſt.

Inſtabis III. Ex attractionis lege in ratione triplicata inverſa diſtantiæ id colligeretur, corpora duo quælibet in minimis diſtantiis ſeſe validiſſime attrahere & ad contactum tamdem pervenire. Præterea corpora duo contigua tenaciſſime cohærerent & vi infinita, atqui hæc duo experimentis repugnant, ergo &c.

Reſp. Nego maj. Viget quidem potentiſſima attractio inter minimas particulas in minimis

diſtantiis. At ſi corpora nimia fuerint, vis attractiva in proximis dumtaxat minimiſque particulis reſidet. Porro ſi corpora duo eadem vi moveantur, velocitates illorum ſunt in ratione inverſa maſſarum; quare ſi corpora duo dicantur A, B, minimæ particulæ C, D, velocitas qua corpus, A, tendit ad, B, eſt ad velocitatem qua particula, C, ſolitarie ſpectata tenderet ad B, ut particula, C, ad corpus A; igitur ob corporis magnitudinem fere infinitam reſpectu particulæ, patet inter magna corpora hanc alteram attractionis ſpeciem ne in minimis quidem diſtantiis exerceri poſſe; atque hinc aliqui Philoſophi rationem reddunt principii chimici; *Sales non agunt niſi ſoluti*. Tamdem neque in contactu inter corpora quælibet viget attractio. Etenim attractio illa eſt ut contactus magnitudo directe, & ut cubus diſtantiarum inverſe. Quare ſi contactus magnitudo fuerit valde exigua, & fere infinite parva, jam patet attractionem fore etiam infinite parvam vel nullam. Neque in ullo caſu attractio erit infinita; probe enim meminiſſe oportet, quod jam monuimus rationem triplicatam diſtantiarum exempli loco dumtaxat habendam eſſe; admittenda eſt lex attractionis quæ non ſolum aliquam diſtantiarum dignitatem contineat, ſed alias quoque tali modo admixtas habeat quantitates ut attractio in contactu ſit valde magna, non autem infinita. Talis autem quantitatum permixtio appellari ſolet ab Algebriſtis *functio*. Porro evidens eſt innumeras fingi poſſe diſtantiarum functiones quæ huic conditioni ſatisfaciant. Quidquid ergo hactenus diximus, non in eo ſenſu intelligendum eſt quaſi veram hujus attractionis legem determinare velimus; hoc unum nobis erat demonſtrandum, præter legem attractionis in dupli-

plicata diſtantiarum ratione decreſcentis, aliam quoque legem admittendam eſſe.

Inſtabis 4. Corpuſcula aliqua in contactu & in minimis diſtantiis ſeſe repellunt, quod quidem patet corporum elaſticorum exemplo & maxime radiorum ſolarium reflexione; imo non deſunt ſubtiliſſimi doctiſſimique Philoſophi qui vim attractivam in omnium corporum particulis ad certos uſque limites admittunt; quam vim attractivam deinde in repulſivam abire affirmant, itaut nullus omnino ſit in rerum natura phyſicus immediatuſque contactus. Unde ſic argumentari licet. Tamquam univerſalis naturæ lex admitti non debet attractio, ſi corpuſcula aliqua, imo omnia ſecundum aliquos Philoſophos, vim repulſivam demonſtrent; atqui &c. ergo &c.

Reſp. Nego maj. Vis attractiva negari non poteſt ab iis etiam Philoſophis qui in omnibus corporum particulis vim repulſivam admittunt. Certiſſimum quidem eſt ſeſe repellere minimas quorumdam corporum particulas, quidquid ſit vis illa repulſiva, ſed repulſio præcedentem attractionem non excludit, imo ex vi attractiva originem habere repulſionem affirmant nonnulli, quod deinde fuſius explicabimus ubi ſermo erit de corporum elaſticitate, & de luminis reflexione. Cæterum nos quoque vis repulſivæ nomine utemur, ſed effectum dumtaxat, non vero cauſam aliquam ſignificantes. Etenim quæcumque ſit repulſionis cauſa, vis hujus actionem ad calculum revocare & æſtimare licet; quoad utilitatem tota res perinde ſe habet. Neque repulſio quidquam obſtare poteſt iis quæ antea demonſtravimus, attractionem nempe, cæteris paribus, contactus magnitudini proportionalem eſſe; ibi enim ſermonem habuimus de corporibus quorum partes cohærent, non ve-

ro de corporibus elasticis quorum partes sese fugiunt atque repellunt. Tandem contactus hic a nobis intelligitur qualis in corporum cohærentium partibus observatur, neque de contactu phisico & immediato quidquam pronuntiare volumus. Certum quidem est, ubi de primis causis, corporumque principiis agitur, multas fieri posse hypotheses quæ validis rationibus difficile refelluntur. Itaque hanc primam nobis esse volumus philosophandi regulam in causarum universalium investigatione nostram fateri ignorantiam, judiciumque cohibere.

APPENDIX

De quibusdam capitis præcedentis utilitatibus.

I. ADversus impiissimam veterum Atomistarum doctrinam invicti roboris argumenta ex præcedenti capite deduci possunt. Materiam æternam effutiebant atomistæ, non tamen æternum materiæ ordinem admittebant. Stultissime delirabant præsentem materiæ dispositionem ex fortuito atomorum sive corpusculorum concursu originem habuisse, eamdem dispositionem casu quoque conservari, contrario tamdem casu finem habituram. Hinc patet veteres Atomistas puros putosque atheos fuisse; quia autem etiamnum hodie non desunt nequissimi stultissimique homines quos hæc absurdissima deliria recoquere non pudet, ex præcedentibus demonstrationibus hos invicte refellere officii nostri partes esse existimamus. Et 1. quidem sic ratiocinari solent.

Finitus corpusculorum numerus finitum dumtaxat combinationum numerum admittit. At per totam infinitam æternitatem extitisse debuerunt combinationes numero infinitæ. Quare si in

ſi in fortuita atomorum agitatione omnia ſe æqualiter habuerint, ut in longa caſuum fortuitorum ſerie contingit, evidens eſt combinationem quamvis determinatam infinities redituram, ac proinde infinities major eſt probabilitas hanc præſentem combinationem redituram quam non redituram: en abſurdiſſimam Atomiſtarum argumentationem. At imprimis in eo turpiter errant quod putant eſſe aliquid revera fortuitum; nihil fortuito & puro caſu contingere demonſtravimus in inſtitutionibus metaphiſicis; Sed præterea hujus ratiocinationis abſurditatem facile oſtendemus. Et quidem falſiſſimum eſt infinito terminorum numero contineri numerum combinationum finitum, ſi de mundi conſtitutione ſermo habeatur. Finitus quidem eſt combinationum numerus, ſi *combinationis nomine* intelligatur tantum ordo quidam quo alii termini aliis ſuccedunt, & ſeſe mutuo excipiunt. Ita ſi omnes litteræ quæ Virgilii poema componunt verſentur temere in ſacco aliquo, tum extrahantur & ordinentur omnes litteræ, aliæ poſt alias, atque ejuſmodi operatio repetatur in infinitum, evidens eſt infinities redituram combinationem Virgilianam. Verum in mundi conſtitutione res longe aliter ſe habet. Etenim planetæ circa ſolem certa lege in determinatis orbitis revolvuntur; ſpatium in quo planeta aliique cæleſtes globi ſuas periodos abſolvunt in longum latum & profundum quaquaverſum patet. Porro rectæ in uno plano ſunt infinitæ, plana in ſpatio ſunt infinita, & pro recta quavis in quovis plano infinita ſunt curvarum genera, ac proinde & infinities plures ſunt curvæ quæ per datum punctorum numerum non tranſeunt. Præterea infinitis modis variari poteſt lex attractionis: pro quavis materiæ particula infinitus eſt diſpoſitionum

numerus ; quare pro ipsis materiæ particulis haberetur numerus combinationum infinitus per ipsum particularum numerum multiplicatus. Itaque in mundi constitutione finitus non est casuum diversorum numerus, sed infinitus & quidem ordinis altissimi. Inde ergo fit evidens in immenso isto combinationum numero infinities plures esse combinationes inordinatas, quæ exhibeant incertum chaos corpusculorumque temere volitantium massam, quam quæ exhibeant mundum ordinatum & certis constantem legibus. Quamobrem nisi sit aliquis qui ex omnibus æque per se possibilibus combinationibus unam ex ordinatis eligat, infinities probabilius est obventuram combinationum seriem inordinatam, minime vero eam quam cernimus & admiramur ; atque ad vincendam hanc improbabilitatem infinitam requiritur infinita vis supremi conditoris qui unicam seriem ordinatam inter alias infinitas seligat atque determinet.

Nec est quod objiciatur etiam hominem qui statuam aliquam effingit, finita intelligendi vi eligere unicam formam inter infinitas possibiles. Nam Statuarius illam unicam formam non eligit, sed modo admodum confuso quamdam determinat figuram quæ unica oritur ex naturæ legibus & ex mundi constitutione, quam naturæ opifex infinitus vi infinita determinavit; per hanc scilicet determinationem ab humanæ voluntatis actu oriuntur certi motus in brachiis, & ab his motus instrumentorum.

Sed nec dici potest hunc ipsum ordinem necessarium esse & æternum ac per se subsistere, ita ut casus quilibet sequens determinetur a præcedente, & a lege virium intrinseca atque omnino necessaria. Et quidem, quis sibi serio persuadeat has solas virium leges quas in præce-

cedenti capite explicavimus, fuisse possibiles & necessarias, ut nimirum corpora sese attrahant tanta potius attractione quam alia? Nulla sane inter distantiam & attractionis speciem ita necessaria est connexio, ut alia quævis esse non potuerit. Præterea cur hæc potius in rerum natura existat materiæ quantitas quam alia, nulla sane ratio esse potest, nisi arbitrium entis potentia infinita præditi; nemo sanæ mentis sibi facile persuadebit in determinata quadam materiæ massa haberi necessitatem existentiæ potius quam in alia quavis.

Tamdem licet materiæ talis fingatur natura ut habeat necessariam sibique essentialem vim inertiæ & virium legem, itaut status quilibet datus a præcedenti determinari debeat, eadem nihilominus manet contra Atomistas demonstrationis vis. Etenim status ille qui habetur tempore quolibet dato, nec a se ipso, nec a materia, nec ab ullo ente materiali tum existente, suam habet determinationem ad existendum, sed determinationem illam accepit a statu præcedenti. Porro status præcedens non potest sequentem determinare, nisi quatenus ipse determinate existit; ipse autem nullam quoque in se habet determinationem ad existendum, sed illam accipit a præcedente. Quod de secundo præcedente statu diximus, dicendum de tertio qui determinationem debet accipere a quarto, atque eodem modo progrediendo in infinitum orietur infinita series statuum in quorum singulis habemus merum nihil, relate scilicet ad determinatam existentiam postremi status. Summa autem nihilorum utcumque numero infinitorum est nihil; jam diu enim constitit merum esse paralogismum, infinitorum nihilorum summam finitæ alicui quantitati æqualem esse.

Ex his ergo id evidenter colligitur ens seriei

ipsi extrinsecum quod hanc seriem elegit præ seriebus aliis infinitis, infinitam habere determinationem & vim electivam quæ unam illam ex infinitis eligat. Cognitionem habere debuit & sapientiam ut hanc seriem ordinatam præ inordinatis abhibuerit. Si enim sine cognitione & electione egisset, infinities probabilius foret ab illo determinatam fuisse aliquam seriem inordinatam quam unam ex ordinatis; cum nimirum ratio inordinatarum ad ordinatas sit infinita. Igitur ex ipsis quoque Atomistarum principiis manifestum fit infinitam esse probabilitatem pro cognitione, sapientia, ac libera electione, quæ quidem probabilitas infinita omnimodam certitudinem inducit, ac proinde Atomistas propriis armis impugnavimus. Hæc autem quæ brevius demonstrata sunt, jungi debent iis quæ in Metaphisica de fato & necessitate fuse tractavimus.

II. Ex mirabili minimarum partium structura, magnitudine, vel attractiva magis ac magis elucescunt divina bonitas illiusque sapientia infinita. Pauca exempla hic considerare & admirari satis erit. Calore solis rarefiunt aquæ particulæ, e mari ad superiorem aeris regionem sub forma vaporum evehuntur; nec unquam consistunt vapores donec ad aerem ejusdem gravitatis perveniant, tumque subsidunt nubesque componunt, & mille figuras induunt. Mox eædem particulæ frigoris vi aliis ve causis condensantur, & in minus spatium coactæ formam priorem amittunt, & in terram pluviæ, nivis, grandinis instar relabuntur. Maxima pluviæ pars per fluvios ad mare deducitur, iterum in vapores abitura; pars vero aliqua terræ se immiscet & ibi deposita arborum herbarumque radices & semina ingreditur e quibus in alias corporum species assurgit. Diversa corpora componit eadem pluvialis aqua prout diversa ingreditur rerum

semi-

ſemina, quædam ſcilicet tranſit in plantas, quædam in gramina, aliqua in flores, aliqua in quercus, ornos, fagos & alias quamplurimas arborum & plantarum ſpecies. Ecquis ergo non admirabitur divinam providentiam quæ ſapientia & bonitate infinita ad hominum commoda minimarum particularum ſtructuram compoſuit atque ordinavit? ſed idem exemplum rurſus perſequamur. Nec in eadem planta eadem omnino manet pluvia; plantæ omnes ex innumeris heterogeneis conſtant partibus, ſic in lino E. G. alia eſt forma radicis, alia caulis, alia tenuium fibrarum, alia florum. Rurſus conſideremus ipſam vel unius caulis utilitatem miramque varietatem. Caulis membranam ſeparant lini artifices, & poſtquam mille tractaverunt modis, fibras in oblonga contorquent fila quæ deinde in ſe convoluta, glommorum ſpecies referunt. Fila hæc varie inter ſe connectunt & texunt linteones, & arte ſua telas ex illis componunt quæ veſtimenta hominibus præbent. Hæc denique annis obſita, in linteola redacta aquæ immittuntur, malleis ligneis in mollem quaſi pulpam ſubiguntur quæ tandem exſiccato humore aqueo in papirum tranſmutatur, quæ ſi igni immittatur, partim in tenuiſſimum pulverem, partim in fumum evaneſcit. En quantam ex mutato partium ſitu, ex mutata illarum vi attractiva, rerum & effectuum varietatem!

Sed univerſæ naturæ pro varia cæli temperie mutationem variamque diſpoſitionem breviter percurramus. Cum terræ partes ſingulæ ſitum ſuum reſpectu ſolis continuo mutent, ejuſdemque radios nunc magis nunc minus obliquos, nunc breviore nunc diuturniore tempore excipiant, univerſa fere rerum natura novam faciem per vices induit. Autumno exareſcunt ſegetes & fructus matureſcunt, viridem amænam-

que faciem paulatim deponunt campi & decidunt arboribus folia, mox ingruente hyeme frigent & horrent omnia, nix tegit alta montes cujus onere depressæ laborant silvæ, ipsæ maris aquæ stabiles & firmæ redduntur, quodque prius fuit navibus tantum penetrabile, nunc exercitus & castra gerit. Iterum mutato telluris solisque respectu diffugiunt nives, redeunt gramina campis & sua arboribus folia, *nec stabulis jam gaudet equus nec arator igne*, sed nova prorsus & læta apparet rerum facies & annus per æstatem ad autumnum revertitur.

Quamvis ex sola minimarum particularum mutatione, figura, magnitudine, vi attractiva oriri certissimum sit infinitam effectuum varietatem, pro ea tamen quam nobis præscripsimus philosophica timiditate atque ingenuitate, asserere non audemus materiam omnem ita homogeneam esse ut ex diverso duntaxat minimarum partium situ repetenda sit specifica corporum differentia. Hanc quæstionem deinde revocabimus variasque Philosophorum opiniones expendemus, ubi sermo erit de corporum natura. Interim ingenue fatendum est nobis innotescere duntaxat corporum superficiem, ipsumque, ita ut dicam, corticem, intimam vero texturam atque naturam nos omnino latere. In hac autem nostra ignorantia iterum elucet divina bonitas quæ humanam superbiam reprimere voluit, eas tantum permittens cognitiones quæ ad vitæ necessitates & utilitates conducere possunt.

III. Longius esset referre utilissima experimenta quæ in præsenti argumento sumpserunt celeberrimi Physici, unum afferre satis erit quod in publicam utilitatem maxime redundare potest. Accuratissimis experimentis compertum est eam esse salis marini & salis tartari saluberrimam indolem, ut sulphureos vapores aliosque per-

pernicioſiſſimos halitus plurimos potentiſſime attrahant atque abſorbeant, cujus quidem virtutis in periculoſis occaſionibus nonnullis utilitas maxima eſſe poteſt. Artifices aliqui ut plumbarii fuſores, noxias tractant materias e quibus pernicioſiſſima erumpunt corpuſcula. Si autem hanc adhibeant diligentiam ut pannum ſalina aliqua ſolutione madidum ori naribuſque admoveant, vaporum periculum declinare poterunt. Eadem de cauſa factum eſt ut adverſus peſtiferos halitus tanquam optimum antidotum credi ſoleat acetum album. Hac ſalium proprietate admodum ſalutari ad minuendum ſaltem præſens periculum, uti poſſent qui in fodinis aliiſque infectis locis non ſine vitæ diſcrimine labori manum dare coguntur. Sed de hac re legenda ſunt quæ refert clariſſimus dominus Hales in eximio opere cui titulus eſt: *Statica vegetabilium*. Hæc pauca dicta ſint ad demonſtrandam præcedentis capitis utilitatem. Minimarum particularum vim attractivam ad explicanda artis chymicæ phænomena transferunt magni quidem viri; verum quamvis hæc doctrina nonnullis experimentis feliciter ſatisfacere videatur, ea tamen abutuntur Phyſici qui ſingulas operationes chymicas per attractionis vel repulſionis nomen clare explicaſſe confidunt; Illi autem merum effectum, nullam vero effectus cauſam proferunt.

CAPUT III.

De gravitate conſtanti.

QUamvis in præcedenti capite demonſtrata fuerit gravitatis cæleſtis atque terreſtris lex communis, quæ nempe decreſcat in ratione duplicata diſtantiarum a centro, obſervavimus tamen ita exiguas eſſe diſtantias in quibus ex-

perimenta habere licet, si conferantur cum integra telluris semidiametro, ut nulla in gravitate terrestri variatio experimentis vel observationibus conspicua esse possit. Præterea corpora omnia, quæcunque sit illorum natura, figura, magnitudo, sublata aeris resistentia, ut fit in vacuo boyliano, æqualibus temporibus æqualiter descendunt, ac proinde vis gravitatis æqualibus temporibus æqualiter agit. Itaque gravitatem terrestrem licet reipsa variabilem, tanquam constantem & uniformem usurpant Physici, nosque hanc gravitatem in præsenti capite considerabimus. Tria autem potissimum expendemus; 1. præcipuas gravitatis affectiones explicabimus, 2. gravitatis causam investigabimus, 3. tandem centri gravitatis doctrinam exponemus.

ARTICULUS I.

De gravitatis terrestris affectionibus præcipuis.

I. GRavitatis nomine hic generatim intelligitur vis illa qua corpora ad terram tendunt. Porro confundi non debet gravitas cum ipso corporum *pondere*; gravitas enim est vis quæ singulas materiæ particulas deorsum urget; pondus autem est ipsa gravitatis quantitas in unoquoque corpore, seu est ipsa gravitatum summa vel aggregatum. Pondera quantitatibus materiæ proportionalia esse ex ipsa gravitatis natura facile colligitur. Etenim cum vis gravitatis sit constans & in singulas æquales materiæ particulas æqualibus temporibus æqualiter agat, seu æquales ictus imprimat, erit numerus ictuum ut particularum æqualium numerus. Præterea cum corpora omnia per lineas ad sensum parallelas recta descendere observentur, patet gravitatis directiones esse parallelas; ideoque gravitatis ictus

in

in eamdem directionem conspirant. Igitur gravitas tota erit, ut numerus ictuum, hoc est, ut quantitas materiæ; nam quo plures sunt æquales materiæ particulæ, eo plures erunt ictus: Quare pondera sunt quantitatibus materiæ proportionalia; evidens autem est hanc demonstrationem valere in quolibet corporum genere; quæcumque sit illorum figura, textura, natura; cum gravitas ex his corporum conditionibus nequaquam pendeat.

Ex his autem facile intelligitur experimentum, quod vix in animum sibi inducere possunt viri rerum physicarum imperiti & sensuum præjudiciis assueti. In longioris tubi parte superiori suspenduntur duo pondera, utcumque inæqualia, E. G. gravissimum aurum, & levissima pluma; facto deinde, ut moris est, vacuo ope machinæ pneumaticæ, corpora illa eodem temporis puncto demissa, eodem omnino tempore descendunt, & æqualibus temporibus æqualia spatia percurrunt. Experimenti ratio statim patet; & quidem corpora duo divisa intelligantur in particulas æquales innumeras, vis gravitatis in particulas illas æquales æqualibus temporibus æqualiter agit, ac proinde singulæ particulæ, æqualibus temporibus, æqualiter descendunt. Id vero declaratur exemplo hominum eadem velocitate currentium; sive enim conjunctis, sive sejunctis manibus currant, eodem tempore ad propositum scopum perveniunt. Pari ratione, sive corporum particulæ seorsim descendant, sive majus minusve corpus, atque aggregatum componant, eodem plane tempore debent descendere. Quod ergo corpora inæquali velocitate per aerem descendant, id tribuendum est aeris resistentiæ; sed hujus inæqualitatis causam, deinde fu-

ſius exolicabimus, ubi de medii reſiſtentia ſermo erit.

II. Gravitatem hactenus conſideravimus in eodem terræ loco; verum quamvis gravitas in eadem regione ſit conſtans, vi tamen centrifuga in remotioribus terræ locis eam plurimum immutari certiſſimum eſt, quod qua ratione detectum fuerit, atque confirmatum, enarrabimus. Superioris Sæculi anno 72. Cayennam inſulam Æquatori proximam profectus eſt, dominus Richerus ad Aſtronomicas obſervationes ineundas a regia Pariſienſi Academia miſſus, ſecum detulerat horologium, quod Pariſiis cum cæleſtibus motibus accurate conſpirabat. Eo adhibito deprehendit multo lentiorem ejus motum, ita ut ſingulis diebus per bina minuta cum dimidio ab integræ diei menſura deficeret. Rem miratus, quam nec ab aliqua machinæ mutatione, nec ab alia ejuſmodi cauſa videbat oriri poſſe, illud conjecit vim minorem eſſe verſus Æquatorem quam Pariſiis, unde fieret, ut pendulum lentius vibrationes ſuas perficeret, & horologium ipſum retardaret. Ut autem certius conſtare poſſet, an res ita ſe haberet, accuratiſſime inquiſivit in longitudinem penduli, quod ſingulis minutis ſecundis horariis, ſingulas oſcillationes abſolveret, & ejus longitudinem æri incidit, ut eadem obſervatione in Galliam regreſſus iterata, utramque menſuram conferre poſſet. Conſtat enim pari gravitatis vi longiora pendula lentius oſcillationes ſuas peragere, breviora citius; pari longitudine penduli, & diverſa vi gravitatis ea pendula lentius moveri, quæ minori aguntur vi; ſi autem bina pendula eodem tempore oſcillationes ſuas peragant, quæ idcirco *iſochrona* appellantur, inæqualem vero habeant longitudinem, illud quod lon-

longius est, gravitate majori urgetur. Hæc quidem omnia pendent ex pendulorum doctrina, quam deinde explicabimus; interim vero evidens est vim illam majorem esse qua fit, ut pendulum eodem tempore per majores arcus excurrat. Nec Richeri spem fefellit eventus; regressus enim Parisios, ita breviorem penduli isochroni mensuram invenit, ut is quidem de inæqualitate gravitatis in diversis terræ locis dubitare omnino non posset.

Rei novitas universam perculit litterariam Rempublicam, atque commovit mirum in modum, multis sub initium renuentibus, aliis observationum vitio phænomenum tribuentibus, aliis vi caloris durissima quæque metalla dilatantis; nec defuerunt, qui observationibus per Europam institutis gravitatem ubique æqualem se invenisse affirmarent, cum nimirum iis methodis, quæ tum in usu erant, minus perfectæ & perpolitæ, exiguum discrimen in tam exiguis locorum intervallis nequaquam deprehendere potuerint. Hinc observationes multo accuratiores in plurimis, & admodum dissitis terræ locis fuerunt institutæ; hinc Academici Parisienses Regis jussu, & liberalitate versus polum Borealem, & versus Æquatorem expeditionem litterariam susceperunt, atque tamdem summo observationum consensu, certo definitum habemus gravitatis vim ab Equatore ad polos augeri perpetuo. Nos quoque hic Romæ in hortis Regii SS. Trinitatis Cœnobii longitudinem penduli ad minuta secunda oscillantis investigavimus. Neque in hac observatione ullam passi sumus desiderari diligentiam; observatio per plures dies instituta est in loco nullis curruum tremoribus agitato; adhibuimus pendula duo, quorum unum a celeberrimo artifice Londinensi *Grahamo* elaboratum est. Utebamur etiam men-

mensura bipedali Londinensi accuratissima, factaque observationum comparatione, res eadem propriis experimentis innotuit. Verum quod spectat hujus variationis legem, ad præsentem locum non pertinet, tota res cum figura telluris, aliisque difficilioribus nondum explicatis Physicæ principiis conjuncta est. Eo loci ponimus vim gravitatis constantem, & per rectas parallelas tendentem; quod quidem facere licet, cum in hoc capite gravitatem consideremus in eodem terræ loco, vel in locis a se non multum dissitis. Sed hæc doctrina, quam minus accurate nunc considerare satis est, majori deinde subtilitate, & diligentia explicari debet, ubi de pendulis & telluris figura tractabimus.

III. Neque tamen hic omnino prætermittendum est, quod de hujus variationis causa afferri solet. Vi imaginandi nobis effingamus globum aliquem, qui circa suum axem convertatur. Partes illæ quæ proximæ sunt polis, per quos axis ipse traducitur, eodem tempore peragunt giros admodum exiguos, qui quidem eo magis crescunt, quo magis a polis receditur, ita ut omnium maximus is sit, qui ab utroque polo æque distat, & in eo globi motu *æquator* appellatur. Hinc ibi vis centrifuga omnium maxima esse debet, atque eo gradatim decrescit magis quo magis acceditur ad polos; quod quidem demonstratum est ubi sermonem habuimus de vi centrifuga. Rem igitur ad tellurem transtulerunt; posito ejus diurno motu considerarunt vim centrifugam sub æquatore maximam esse debere, prope polos minimam, in polis nullam. Illud præterea notarunt, vim centrifugam sub æquatore dirigi ad partes centro telluris oppositas, quod ipsius æquatoris est centrum, in reliquis autem locis dirigi ad partes oppositas illi axis puncto, quod est

eſt circuli deſcripti centrum, quod quidem centrum eo remotius eſt a centro terræ, quo magis circulus ille ab æquatore recedit, ac proinde cum vis gravitatis ubique dirigatur verſus terræ medium, obſervarunt ipſam vim centrifugam ſub æquatore magis etiam directe gravitati opponi, quam verſus polos. Ex dictis patet duplicem conſiderari poſſe gravitatem, unam ſcilicet quam *primitivam* vocant, nulla vi centrifuga turbatam, hæcque gravitas ſub polis duntaxat habetur, altera autem eſt gravitas *variabilis*, vel *actualis* pro varia ſcilicet a polis diſtantia. Neque huic gravitatis variationi obſtat, quod nullam in corporum pondere inæqualitatem deprehendere liceat; ejuſdem corporis idem pondus tum hic Romæ, tum in America per bilances experimur. Etenim pondus examinandum comparamus cum alio pondere, quod in Americam translatum æque mutatur, ita ut eadem maneat ponderum relatio, ac proinde corpus, quod hic inventum eſt libræ unius, debet & in America unius libræ pondus demonſtrare. Re quidem vera ſi poſſemus perfecte noſſe vim, quam nos hic in ſuſtinendo pondere exercemus, & ejuſdem vis meminiſſe, ubi pondus in remotam regionem transfertur, liceret ex ea vi æſtimare auctam, vel imminutam gravitatis vim. At noſtri conatus nobis omnino ignoti ſunt, vix craſſiorem quamdam comparationem ſenſationum ope inſtituimus, ſubtiliora diſcrimina nequaquam percipimus, atque etiam ipſæ vires noſtræ mutantur in horas.

IV. Gravia eſſe corpora omnia jam apud cultiores Philoſophos compertum eſt. Et quidem pondus demonſtrant corpora omnia, in quibus experimenta ſumere licet, ne his quidem demptis corporibus, quæ a vulgo imperito leviſſima creduntur. Ita fumus qui in aere ſurſum aſcen-

ascendit facto vacuo Boyliano, deorsum relabitur proprio scilicet pondere. Quod ergo fumus per aerem sursum evehatur, id tribuendum est majori aeris gravitati, qua fit ut aer majori conatu tendat deorsum, ac proinde fumum propellat sursum. Itaque nulla est vera corporum levitas, sed *relativa* duntaxat & *apparens*. Quare distinguenda est gravitas in *absolutam* & *relativam*. Gravitas absoluta est tota vis illa, qua corpora tendunt deorsum. Gravitas autem specifica est ratio gravitatis absolutæ corporis unius ad gravitatem absolutam corporis alterius sub eodem volumine, sive quod idem est, gravitas specifica est ratio ponderis corporis unius ad pondus corporis alterius, eodem manente volumine. *Volumen* vel etiam *moles* dicitur totum spatium extima corporis superficie comprehensum, sive includat spatiola vacua, sive heterogeneas etiam particulas. Ex idea massæ, & voluminis oritur idea *densitatis*. Densitas eo major dicitur, quo major est corporis masa, seu quantitas materiæ sub eodem volumine; si vero eadem maneat quantitas materiæ, mutetur autem volumen, quo minus est volumen, eo major dicitur densitas; ac proinde densitas est, ut massa directe & volumen inverse. Quare si massa dicatur M, volumen V, densitas D, erit $D = \frac{M}{V}$, ac proinde etiam $M = DV$. Quia vero gravitas specifica est ratio quantitatis materiæ, seu ponderis ad volumen, eodem manente volumine, evidens est gravitates specificas esse ut densitates. Contraria ratione eo rarius dici solet corpus quo minorem sub eodem volumine continet materiæ quantitatem, ac proinde raritas est in ratione inversa densitatis. Igitur ad corporum

ra-

raritatem facile transferuntur præcedentes formulæ. Jam vero quamvis ob minorem specificam gravitatem nullum pondus aliquando ostendere videantur corpora, probe tamen meminisse oportet levitatem illam relativam esse dumtaxat; sed hæc omnia in meliori lumine collocabimus ubi fluidorum doctrinam exponemus. Cæterum quamvis dicamus corporum gravitatem experimentis compertam esse, id tamen dictum nolumus de subtilissimis quibusdam corporibus, igne, E. G. & flamma; horum enim corporum tantillum est pondus ut nulla experimentorum subtilitate innotescere potuerit; quidquid affirment Philosophi quidam suis experimentis plus æquo confisi. Sed totam rem deinde ad examen revocabimus ubi ignis proprietates considerabimus.

ARTICULUS II.

De causa gravitatis.

I. MIrantur imperiti homines a Philosophis tanto studio quæsitum esse cur gravia descendant, hancque statim in promptu rationem adesse respondent quod nempe non sustineantur. Verum quod ita facile & obvium creditur, ut imperitorum hominum mos est, summos viros in varias traxit sententias & adhuc sub judice lis est. De gravitatis causa quatuor circumferuntur Philosophorum opiniones. Peripatetici existimant gravitatem esse vim quamdam vel qualitatem realem corporibus omnibus intrinsecam a Deo ipsis impressam, ita ut quemadmodum corpora per extensionem locum occupant, per impenetrabilitatem sese mutuo ab eodem loco excludunt, sic quoque per gravitatem ad locum infimum sive telluris centrum

trum

ſtrum ferantur. Nevvtoniani gravitatem omnibus omnino corporibus inditam ac impreſſam eſſe conſtituunt, ita ut non modo ignis & aer quos Peripatetici leves exiſtimant, ſed ipſa quoque tenuiſſima ætheris ſubſtantia quæ gravitatis expers a Carteſianis effingitur, gravitatem aliquam habere debeat, ac nulla proinde levitas poſitiva in rerum natura reperiatur. Atque iſta quidem evidenter adeo nitideque experimentis demonſtrantur, ut dubitari non poſſit gravitatem hanc, vel, ut vocant Nevvtoniani, vim centripetam corporibus omnibus ineſſe. At unde nam centripeta vis illa ſingulis corporibus imprimatur, id nobis hactenus, occultum atque inexploratum eſſe Nevvtonus ingenue fatetur, variaſque cauſas enumerat ex quibus eadem vis centripeta velut origine pendere poſſit. At Nevvtonus non *phyſice* gravitatis originem ſcrutatur, ſed *mathematice* tantum gravitatis effectus, leges atque phænomena exponere aggreditur. Itaque a definienda gravitatis origine prudenter abſtinuit, & quamvis illam ab attractione oriri dixerit, in variis tamen locis profitetur, ſi phyſice res exploretur, ab impulſione originem habere poſſe. At eximiam ſapientiſſimi viri modeſtiam haud ſemper emulati ſunt qui Nevvtoni doctrinam exponunt; etenim attractionem ipſam velut phyſicam exploratamque gravitatis cauſam ita ingerunt ut eam in dubium vocari minime patiantur. Neque tamen putandum eſt Philoſophos illos occultas Peripateticorum qualitates obtrudere voluiſſe. Peripatetici attractionem conſiderabant velut *entitatem* aut *qualitatem* certis quibuſdam corporibus inhærentem, quas quidem qualitates ex ſpecificis corporum formis oriri ajebant; formæ autem nomine in veteri Philoſophia nihil obſcurius eſſe poteſt. Porro nul-

nullam talem *entitatulam* aut *qualitatem* fingunt recentiores Nevvtoniani, sed attractionem admittunt velut universalem naturæ legem a supremo rerum omnium auctore constitutam; vel etiam ut corporum omnium proprietatem habent; quæ quidem opinio a Scholasticorum qualitatibus longe differt. Gassendus existimat particulas, atomos, sive corpuscula plurima quaquaversum velut radios e terræ gremio diffundi, quæ corpuscula cum fere uncinata & hamata intelligi possint, ubi in corpus aliquod incurrunt, illi maxime adhærent; hinc fit ut terrestres particulæ cum corporis ejusdem particulis arctissime devinciantur, illudque secum in terram abripiant eo prorsus modo quo tenuissimæ quædam particulæ ex magnetis substantia prodeuntes, ubi ad ferrum pervenerint illisque fuerint implicitæ, ferrum ipsum ad magnetem referunt; vix refelli merentur hac in re Peripateticorum & Gassendistarum figmenta. Quid sint qualitates occultæ neque explicant illarum defensores, neque ipsi videntur intelligere; recentioris philosophiæ lumine jam dissipatæ sunt illæ qualitatum occultarum tenebræ. Neque firmiori fundamento innituntur uncinata atque occulta Gassendistarum corpuscula; nihil enim admitti jubet cultior Physica nisi quod experimenta, atque observationes certo existere demonstrant. Deinde quam causam assignare poterunt Gassendistæ cur uncinata illa corpuscula e tellure exeant, ad diversas altitudines rapiantur, & tandem relabantur. Talia certe commenta difficultatem non explicant, imo non parum augent. Quid sentiendum sit de Nevvtonianorum sententia, ex hujus articuli progressu manifestum fiet.

Ultima tandem superest Cartesianorum hypothesis magno doctrinæ apparatu munita. Mate-

teriam quamdam ſubtiliſſimam comminiſcuntur Carteſiani, hanc ponunt circa terram vorticis motu agitari ipſamque terram circa axem revolvi, quo fit ut eadem materia vim centrifugam acquirat, & corpora terreſtria verſus terram propellat, nempe ſecundum directionem vis centrifugæ directioni contrariam. Id autem illuſtrant exemplo fluidorum quæ corpora ſibi demerſa ſi minorem habeant gravitatem ſpecificam, ſurſum evehunt; ita etiam vorticis materia, corpora quæ non tanta pollent vi centrifuga, deorſum trudere debet. His explicatis ſit

CONCLUSIO.

A VORTICE CARTESIANO REPETI NON POTEST GRAVITATIS CAUSA, NEQUE AB ULLO IMPELLENTE FLUIDO QUOD EASDEM CUM FLUIDIS COGNITIS PROPRIETATES HABEAT.

Probatur prima Pars. 1. Ex hac hypotheſi ſequeretur vim centrifugam vorticis ipſa vi centrifuga corporis multo majorem eſſe, vel materiam ſubtilem ipſo corpore eſſe multo denſiorem. Etenim gravitas corporis fluido Carteſiano immerſi æqualis foret virium centrifugarum, vorticis ſcilicet & corporis differentiæ per ſuas reſpective maſſas muliplicatæ; ſi nempe gravitas corporis immerſi dicatur, G, vis centrifuga materiæ ſubtilis cujus locum occupat, dicatur V, maſſa M, vis centrifuga corporis, U, maſſa, m, erit $G = V \times M - U \times m$, evidens enim eſt virium illarum differentia corpus pellendum eſſe, ac proinde $V \times M$ major eſſe debet $U \times m$, ideoque vel V major eſt quam U, vel M major quam m; ſed utrumque repu-

pugnat. Primum quidem; etenim vis centrifuga corporis ex rotationis velocitate circa terram oritur, hæc autem velocitas telluris velocitati proxime æqualis eſt. Itaque in primo caſu multo majorem fore oporteret vorticis velocitatem ipſa velocitate telluris; hinc ſecundum rotationis terreſtris directionem ab occidente ſcilicet ad orientem perpetuus iſque vehementiſſimus ſentiretur ventus. Neque minus repugnat caſus alter, majorem ſcilicet eſſe vorticis quam materiæ terreſtris denſitatem; hujus enim denſiſſimæ materiæ reſiſtentiam aliquam experiremur, tum ſurſum deorſum, tum deorſum ſurſum. At experimentis compertum eſt totam quam experimur reſiſtentiam, aeri tribuendam eſſe, eamque nullam eſſe in vacuo boyliano in quo corpora omnia æquali velocitate deſcendunt. Abſurdiſſimum ergo eſt fingere tantam in materia vorticis denſitatem, quod quidem ultro largiuntur Carteſiani. Quare in primo caſu paulo diutius immorabimur, variaſque conſiderabimus velocitatis hypotheſes.

Ponamus vorticis circumterreſtris velocitatem eamdem eſſe quam proxime cum velocitate telluris; jam ob datam diurnam telluris rotationem, 24. horarum ſpatio, dabitur quoque ipſa vorticis velocitas. Præterea ex obſervationibus geographicis nota eſt ſemidiameter terreſtris, ac proinde & ipſa maximi terreſtris Circuli peripheria, datur ergo vorticis circumferentia. His autem datis, meminiſſe oportet vim centrifugam corporis in circulo revolventis tempore minuti unius ſecundi eſſe ut quadratum arcus eodem tempore deſcripti per diametrum diviſi. Ille autem arcus facile invenitur per notiſſimam regulam trium, ſi dicatur: tempus totum viginti quatuor horarum eſt ad integram vorticis ſive maximi terreſtris circuli circumferen-

rentiam, ut tempus minuti unius ſecundi ad arcum eodem tempore percurſum; hujus arcus quadratum dividatur per vorticis ſive telluris diametrum, habebitur vis centrifuga, illa ſcilicet lineola perpendicularis quæ continetur inter tangentem & arcum minuti unius ſecundi tempore deſcriptum; tali ſcilicet vi centrifuga corpus aliquod per lineolam prædictam minuti unius ſecundi tempore deſcenderet. Si ex his principiis calculus ineatur, invenietur ſpatium tempore minuti unius ſecundi a corpore vi centrifuga vorticis agitato percurrendum, non excedere pedem dimidium; igitur gravia vi centrifuga vorticis Carteſiani prope terram tempore minuti unius ſecundi non ultra dimidium pedem deſcenderent; at hoc ipſo tempore pedes quindecim percurrunt, ut notum eſt experimentis. Ergo gravitatis phænomenis non ſatisfaceret Carteſiana hypotheſis.

Ut hujus demonſtrationis vim effugiant Carteſiani, fingunt vorticis celeritatem telluris vertigine eſſe multo majorem. Et requidem ipſa, velocitatis decies ſepties majoris hypotheſi facta, initoque ut jam expoſuimus calculo, prodit lineola quæ vim centrifugam exhibet pedum quindecim, ut poſtulant gravitatis phænomena. Verum explicandis deinde motuum legibus repugnat hæc major velocitas; vortex enim velocior in ipſam terram transferret aliquam velocitatis ſuæ partem, donec tellus & vortex communi velocitate moverentur; hanc tamen concedamus hypotheſim & quid ex ea ſequatur expendamus. Quicumque animo paululum attento rem perpenderit, facile aſſentietur effici non poſſe ut materia ſubtilis ipſaque tellus tanta ferantur velocitatum differentia, niſi prominentia quæque corpora in telluris ſuperficie, veluti arbores, ædes, turres abripiantur

tur

tur atque ſubvertantur. Quis, quæſo hominum erectus ſtare ſuper terra vel ad punctum temporis poſſet? capite decies ſepties velocius pedibus verſus orientalem plagam translato.

Præterea experientia quotidiana compertum eſt gravia in ſublime jacta deorſum recta tendere, idemque ſoli terreni punctum cui ad perpendiculum projecta reſpondent, relapſa attingere; at in prædicta hypotheſi, longe aliter ſe haberent experimenta. Corpus omne quo altius in atmoſphera translatum foret, eo logius in ortum recideret & a perpendiculo longiſſime aberraret: At nulla in quolibet corporum terreſtrium ſtatu deprehenditur experimentorum differentia, omnia perinde ſe habent ac ſi terra quam inhabitamus, plane quieſceret. Nec aliquis dicat ſubtiliſſimum ætherem dum ab occaſu in ortum girat, corporum craſſiorum poros rotationi ſuæ obvios pervadere ſicque perpendiculari eorum caſui non obſiſtere. Quonam enim modo corpora verſus communis vorticis centrum materia illa depelleret? Cum eorumdem gravium poros ſecundum vis centrifugæ directionem patefactos, nihil eidem materiæ intercludat. His demonſtratis, jam concludere licet. Rejici omnino debet hypotheſis illa quæ certiſſimis repugnat gravitatis phenomenis, atqui &c. ergo.

II. In hypotheſi Carteſiana per circulos æquatori parallelos defertur vorticis materia, ac proinde vires centrifugas ſecundum lineas in horum circulorum planis ſemper jacentes agere oporteret; deſcenderent ergo corpora omnia in eorumdem circulorum planis & perpendiculariter ad axem, non ad ipſam telluris ſuperficiem tenderent; quod quidem falſum eſſe demonſtrant experimenta; in circulis enim æquatori parallelis per lineas obliquas gravia deſcenderent,

rent, quod eſt contra experientiam. Hanc demonſtrationem experimento ita repreſentare ſolent Phyſici. Sphera vitrea aquam ex parte continet, aquæ innatant corpuſcula plurima; machina hoc modo comparata circa axem velociſſime convertitur; id vero obſervare licebit, corpuſcula non centrum petere, ſed diſponi ſecundum axis longitudinem. Experimentum illud Carteſianam hypotheſim ſatis apte repreſentare videtur. Sphæra circumacta ipſam telluris veſtiginem exhibet, corpuſcula autem aquæ immerſa vices gerunt corporum terreſtrium quæ vorticis materiæ innatant in prædicta hypotheſi; idem proinde facere deberent corpora terreſtria quod in corpuſculis illis obſervamus, nempe ad axem telluris tenderent. Itaque tum ratiocinatione tum experientia facile refellitur Carteſiana vorticum hypotheſis.

Probatur ſecunda pars. Si gravia ſubtilis materiæ vi deorſum quovis modo pellantur, vis qua deſcendunt corpora, erit ut numerus particularum fluidarum quibus ſimul agentibus verſus terram truduntur; Sed numerus particularum eſt ut corporis ſuperficies, quod eſt evidens; quare vis qua corpus deorſum premitur, erit ut ejuſdem ſuperficies, non ut ipſa quantitas materiæ, quod quidem experientiæ repugnare jam antea demonſtravimus. Et quidem in hac hypotheſi corpora quælibet ſub eodem volumine eamdem haberent gravitatem ſpecificam ob æqualem fluidi actionem; Ita æquale pondus haberent pes cubicus auri, & pes cubicus ſuberis. Præterea ob eamdem rationem, ſecluſa aeris reſiſtentia, deſcendentium corporum velocitas ſub eodem volumine foret in ratione reciproca maſſarum; ſi enim eadem vis maneat, velocitates ſe habent in ratione inverſa quantitatum materiæ, ut jam demonſtratum

eſt.

eſt. At Corpora omnia æquali velocitate in vacuo boyliano deſcendunt, ac proinde gravitas agit in ratione maſſæ, non autem voluminis. Hæc demonſtratio quamlibet fluidi prementis hypotheſim evertit, niſi reponant Carteſiani, quod quidem faciunt recentiores hujus hypotheſeos reformatores, fluidum illud quod gravitatis cauſa eſt, a noſtris fluidis longe diverſiſſimum eſſe, alias proprietates habere & ſecundum alias plane leges agere; Sed ita phyloſophari, nugari omnino eſt. Tali enim philoſophandi modo jam ineptiſſima quæque hypotheſeon commenta in Philoſophiam invehere licet & de univerſa Phyſica actum eſt. In hac concluſione de gravitate terreſtri duntaxat ſermonem habemus; quæ enim ad gravitatem celeſtem pertinent, explicato ſiſtemate planetario convenientius tractabuntur. Proprio etiam loco differemus de cauſa attractionis quæ inter minimas viget corporum particulas, ubi phenomena ad hanc aliam attractionis ſpeciem referenda exponemus.

Objicies contra primam partem. Gravia ad telluris centrum non ad axem tendere ex Carteſiana hypotheſi intelligitur. Nec contrarium probat allata inter probationes demonſtratio. Equidem vera ſi fingatur particula materiæ revolvens in circulo cujus radius GB, *Fig.* 7. hujus materiæ vis centrifuga ſecundum radium GB, dirigitur; accurate quidem ſe habet demonſtratio, ſi circulus ſolitarie ſpectatur. At ſi circulus ipſaque revolvens materia in vortice ſphærico cujus partes ſint conſiderentur, jam radius GB ideoque & vis centrifuga in puncto, B, oblique ſe habet reſpectu tangentis, BR; quare directio obliqua, BG, reſolvi debet in BC, quæ tranſit per centrum & ad tangentem, RR, perpendicularis eſt. Hæc vis centri-

fugæ resolutio patet ex demonstratis de virium compositione & resolutione. Igitur vi centrifuga vorticis non pellentur gravia versus G sed versus vorticis centrum C. His demonstratis sic argumentari licet.. Gravissima omnium difficultas quæ objici solet hæc est, quod nempe gravia ad centrum telluris non tenderent, atqui huic objectioni satisfactum est, ergo &c.

Resp. transeat major, nego min. Mirum sane est quod accuratissimæ demonstrationis vim tali responsione eludere tantaverint scriptores aliqui rerum physicarum non omnino imperiti. Et quidem si virium resolutionem instituere velimus, vis centrifuga, GB, non in solam vim per CB resolvitur, sed simul in vim tangentialem per BR. His autem duabus viribus conjunctis per BC, BR, corpus describet diagonalem BG. Propositam objectionem absurdam omnino esse experientia confirmat. Si enim vas MAD liquore plenum, corpus aliquod in, B, minus grave specifice contineat, corpus illud verticaliter ascendet per BG, non autem per, BC, quod tamen fieri oporteret si valeret objectio.

Instabis. Fingi potest vortex duplici motu simul agitatus circa axes duos, quam quidem hypothesim factam legimus a Clarissimo Bulfingero in dissertatione de causa gravitatis quæ ab Academia regia Parisiensi anno 1728. præmio condecorata fuit. Hac posita vorticis duplici vertigine, jam fieri ait vir prælaudatus, ut fluidi particulæ circulos maximos singulæ describant; Itaque vis centrifugæ directio in quolibet puncto jacebit in circuli maximi plano, ac proinde vi centrifuga corpus pelletur ad commune circulorum maximorum centrum, hoc est, ad centrum vorticis.

Resp. Nego ant. Fictitia omnino est & male com-

compacta Bulfingeri hypothesis. Vix in prædictam dissertationem oculos conjeceram, cum statim cognovi curvam hoc duplici motu describendam ad illud pertinere curvarum subliniorum genus quas duplicis curvaturæ appellant Geometræ; idem problema litteris communicavi cum clarissimo viro Petro Martinio Neapoli Astronomiæ professore, nonnullaque ad hanc rem spectantia demonstravi; talem vero inveneram quæsitæ curvæ figuram ut numeri arithmetici 8 notam referat. Proposuerat Bulfingerus machinam quamdam cujus ope ad experientiam problema posset revocari, sed hanc nondum perfectam affirmat, cum tempus instaret trasmittendæ Parisios dissertationis quam transmisit experimento nondum facto. Talis autem est machinæ structura; globus vitreus circa axem perpendicularem & simul circa axem horizontalem eodem tempore convertitur, qui quidem duplex motus facile obtineri potest. Globi superficies macula aliqua facile conspicua notatur, ejusdemque maculæ motus observatur. Curavi talem machinam executioni mandari, sæpiusque experimento instituto maculæ viam attentis oculis persecutus, eam curvam observavi quam Geometria mihi jam certo demonstraverat.

Objicies contra secundam partem. Extant Nevvtoni litteræ ad Boylium datæ in quibus ætheris cujusdam subtilissimi hypothesim hunc in modum constituit. Ponit Nevvtonus ætherem formari ex particulis per gradus indefinitos mole diversissimis, fingit deinde in corporum poris minus ætheris crassioris latere quam in spatiis liberis, ideoque in telluris globo multo minorem contineri ætheris crassioris quantitatem quam in aeris regione. Ponit deinde ætherem crassiorem in aere ad regionem tellu-

ris superiorem tendere, subtiliorem vero ætherem in terra tendere ad partes aeris inferiores, ita ut a parte superiori atmosphera usque ad telluris superficiem, & a telluris superficie usque ad centrum, æther per gradus perpetuo fiat subtilior. Fingamus jam corpus aliquod in aere suspensum aut in ipsa telluris superficie positum, ætheris particulæ in superioribus corporis partibus crassiores sunt particulis ætheris quæ in inferioribus corporis partibus continentur (ex hypothesi). Præterea æther crassior cum sit poris minus accommodatus quam æther inferior atque subtilior, descendere debet æther crassior & locum subtiliori ætheri inferiori cedere; id vero fieri non potest nisi corpus spatium ab æthere relictum occupet, ideoque corpus descendet. Hæc est hypothesis Nevvtoniana quam fere de verbo ad verbum ex prædicta epistola latine reddidimus; eamdem hypothesim plurimis aliis in locis indicavit Nevvtonus. Tandem aliæ fingi possent hypotheses. Quid enim vetat quominus aliud quoddam invehamus fluidum quod diversissimas a fluidis cognitis proprietates habeat, secundum alias omnino leges agat, quod nullam aut fere nullam resistentiam præbeat, quod vi inertiæ, vi gravitatis careat, sit tamen gravitatis causa. Unde sic concludendum: admitti possunt hypotheses philosophicæ quarum falsitas demonstrari non potest. Atqui &c. ergo.

Resp. Nego maj. Tanquam vanissimam repudiamus illam Philosophiam quæ meris innititur conjecturis, atque hypotheses communibus naturæ legibus contrarias longe rejicimus. In memoriam revocentur quæ de philosophandi regulis & hypotheseon usu præscripsimus. Descripta hypothesis non satis digna videtur celeberrimo auctore suo qui tantam in philosophan-

phando ſeveritatem atque diligentiam adhibuit. Et certe nullam gravitatis rationem reddit hæc hypotheſis, huic enim commentitio ætheri tribuit gravitatem cujus proinde alia ſupereſt afferenda cauſa. Igitur non ſine fundamento credunt Nevvtoniani, magiſtrum ſuum in proponenda hac hypotheſi uſum fuiſſe quadam *philoſophica* prudentia, & receptis vulgaribus Philoſophorum opinionibus parcere voluiſſe. Tandem philoſophicam Nevvtoni modeſtiam nos imitati nequaquam pronuntiamus nullam eſſe extrinſecam & ab aliquo fluido oriundam gravitatis cauſam, id unum affirmamus ex vorticibus carteſianis eam repetendam non eſſe, neque ex ullo fluido quod eaſdem cum fluidis cognitis proprietates habeat. Et quidem ſi fluidum illud grave ſit, iterum de cauſa gravitatis redit quæſtio. Si idem fluidum agat in corporum ſuperficiem vel in interiores corporum particulas, ſecundum vulgares fluidorum leges corporibus imprimere non poteſt talem motus quantitatem quæ ſit accurate ut quantitas materiæ. Tandem fluidum illud ita ſubtile foret ut corporum etiam duriſſimorum ſubſtantiam penetraret, neque corporum motibus reſiſtentiam præberet, vi tamen maxima in ſe mutuo corpora impelleret. Hæ quidem proprietates communibus fluidorum proprietatibus omnino repugnant, eaſque nobis ignotas eſſe fatemur. Quæ cum ita ſint, facile concedimus gravitatem eſſe *qualitatem occultam*, dummodo hoc nomine nihil aliud intelligatur niſi ignota effectus alicujus cauſa. Valde autem probabile eſt Ariſtotelem nullam aliam huic vocabulo tribuiſſe ſignificationem, eamque ab illius ſectatoribus fuiſſe corruptam & pro arbitrio varie explicatam vel potius obſcuratam.

ARTICULUS III.

De centro gravitatis.

I. CUM ab ipsa gravitate ortum habuerint centri gravitatis doctrina & nomen, rerum ordo postulat ut argumentum illud, hic data occasione, pertractemus. *Centrum gravitatis* est punctum, ex quo corpus utcumque suspensum manet in æquilibrio, nulla parte præponderante. Quare si centri gravitatis motus omnis impediatur, immotas manere necessum est omnes corporis partes, ac proinde totum corporis pondus in ipso gravitatis centro collectum fingi potest, & loco ponderis ipsum gravitatis centrum substituere licet. Itaque patet centrum gravitatis hoc modo definitum idem esse cum *centro æquilibrii*: quare utrumque vocabulum indiscriminatim usurpabimus. Non solum in corpore unico, sed in quolibet corporum numero seu, ut vocant, systemate considerari potest centrum gravitatis. Si virgam rigidam, atque inflexibilem fingamus omni pondere & inertia destitutam, ipsaque suspendatur e puncto medio, & ad æquales hinc inde a medio suspensionis puncto distantias annectantur bini globi æqualis ponderis, ipsi in æquilibrio manent, & neuter alterum vincere potest; quod evidens est, cum omnia hinc & inde sint paria, nullaque proinde sit ratio, cur unum alteri prævaleat. Si ex altera parte addatur pondus quamtumvis exiguum, tolletur æquilibrium, & pars illa descendet, ascendente altera. Si distantia a puncto suspensionis non sit eadem, bina corpora æqualia non manent in æquilibrio; imo fieri poterit, ut id quod gravius est, sed puncto suspensionis propius cogatur ascen-

ascendere; atque hæc est regula generalis æquilibrii; habetur nimirum æquilibrium, si distantiæ a puncto suspensionis sint ponderibus appensis reciproce proportionales, ita ut tanto minor sit distantia, quanto pondus majus est:

Hæc autem lex æquilibrii facili ratiocinatione ita intelligi potest. Si quædam vis requiritur ad movendum corpus aliquod per datum spatium dato tempore, evidens est requiri vim duplam ad movendum idem corpus per spatium duplum eodem dato tempore; item requiritur vis tripla ad movendum corpus per spatium triplum, & ita deinceps. Quare & illud manifestum est: si nempe quædam vis potest vim aliam contra propriam illius directionem agere per datum aliquod spatium dato tempore, ad eamdem vim ita agendam per duplum, triplum, dimidium spatium, requiritur vis dupla, tripla, dimidia. Jam vero in virga prædicta si ponendum sit ex parte alterutra pondus, quod pondus aliud ex parte altera constitutum in eadem distantia sublevare debeat, ipso nonnihil majus esse oportet, ut ostendimus. Si autem corpus attollendum sit in dupla, tripla, dimidia distantia, attollendum erit per duplum, triplum, dimidium circuli arcum; illa enim pondera circa punctum suspensionis, similes describunt circulorum arcus, qui proinde sunt ut radii, sive ut distantiæ a centro motus. Quare requiritur dupla, tripla, dimidia vis &c., ac proinde si pondus eo sit minus, quo distantia major est in eadem ratione, neutra pars vincere potest, sed pondera in æquilibrio manere necessum est. Hoc ergo est principium æquilibrii: distantiæ scilicet a centro motus sunt in ratione reciproca ponderum sive massarum; sunt enim pondera massis proportionalia. Fin-

gi autem possent infinitæ gravitatis hypotheses in quibus pondera non forent massis proportionalia; tumque *centrum massæ* per quod nempe traducto utcunque plano corpus divideretur in massas æquales, idem non foret cum centro gravitatis. Verum tales hypotheses Geometris considerandas relinquimus; Physicis gravitatem constantem, qualem in machinarum viribus, aliisque experimentis sese manifestat, contemplari satis sit.

II. Præcedens doctrina ad machinarum quarumlibet vires æstimandas maxime valet. In quavis machina binæ utcunque vires inter se ponuntur connexæ, quarum quidem unam appellare solent *potentiam*, alteram vero *resistentiam*. Ubi autem vires quæcunque ad machinam transferuntur, non solum attendi debet ipsa potentia *absoluta* sine ullo scilicet machinæ adjumento, sed etiam velocitas qua moveri inciperent vires secundum propriam directionem si vincerent, vel contra directionem propriam, si vincerentur. Jam vero in casu æquilibrii, vires sunt in ratione reciproca distantiarum a centro motus, vel quod idem est, reciproce ut spatia eodem minimo tempore percurrenda, aut etiam ut velocitates *initiales* reciproce. Quare si vires absolutæ oppositæ multiplicentur per suas a centro motus distantias, vel per spatia iisdem temporibus describenda, erunt producta illa hinc & inde æqualia, in casu æquilibrii. Productum ex potentia in distantiam a centro motus vocatur *momentum potentiæ*, productum vero ex resistentia in suam a centro motus distantiam dicitur *momentum resistentiæ*. Hic vero recordari oportet sæpius inculcatam virium definitionem; nempe virium nomine nihil aliud intelligimus nisi motum quemdam dato tempore genitum, ac proinde

inde æquilibrii nomine nihil aliud intelligi volumus, nisi motum æqualem eodem tempore in partes contrarias producendum; unde patet æquilibrii notionem, & demonstrationem nulli ambiguitati, aut exceptioni obnoxiam esse posse. Eamdem vero demonstrationem manere evidens est, si vires quotlibet ad machinam adhibeantur; collectis nempe virium omnium momentis, si summa omnium, quæ machinam in unam partem nituntur convertere, inveniatur æqualis momentorum summæ in partem oppositam, habebitur æquilibrium. Si autem altera summa sit major, hæc vincet, machinamque movebit. Sed hæc omnia simpliciorum machinarum exemplis illustrabimus.

In statera quæ *Romana* dicitur, pondus mobile excurrit per virgam ferream in partes æquales divisam, adscriptis numeris qui libras, librarumque partes designant. Quo magis pondus removetur a puncto suspensionis, quod *hypomoclium* dicunt, eo majus pondus ex adversa parte in constanti quadam distantia suspensum requiritur ad servandum æquilibrium. In statera *vulgari* æquales sunt a puncto suspensionis distantiæ. Evidens autem est utriusque stateræ ope æstimari posse corporum pondera. In *vecte* generaliter, sive fulcrum immobile, cui vectis innititur, sit inter vim & resistentiam, quæ dirigantur ad partes oppositas, sive fulcrum jaceat ultra vim & resistentiam, quæ in eadem directione agant, quo remotior erit vis ab ipso fulcro, eo majus erit ejus momentum, ideoque quo magis removemus manum a fulcro, eo facilius pondus sublevamus. In *cuneis* augetur momentum, si longiores sint & tenuiores; nimirum si minor sit angulus, qui corpus frangendum, vel dividendum penetret.

Nam si minor est angulus, eo majus erit spatium, quo cuneus promovetur a vi ipsum impellente, & minus erit spatium, quo a se invicem discedunt partes *laterales*, quæ cunei progressum impedire nituntur. Quoniam autem angulus quem efficiunt binæ lineæ curvæ ubi se contingunt, est in immensum minor, quam angulus quem efficit recta cum alia recta, ut constat ex ipsis Geometriæ elementis, idcirco ungues & rostra incurvata, & multo magis novaculæ utrinque introrsum excavatæ, tam facile penetrant. In *Coclea* dum manus ingentem peragit girum, axis per unicam Spiram promovetur. Hinc momentum eo majus, quo Spira tenuior, & circulus, quem manus peragit eo amplior. In machina quam dicunt *axem in peritrochio*, vectibus oblongis horizontaliter infixis cilindrus convertitur, cui interea dum advolvitur funis ponderi trahendo, vel attollendo adnexus, pondus ipsum promovetur in singulis revolutionibus, quanta est cylindri circumferentia; vis autem vectibus illis applicata movetur per totam circuli circumferentiam, cujus radius est ipsa vectis longitudo. Alteram tandem subjungimus machinam, *trochleas* scilicet, quæ si fixæ fuerint vim non augent; at si ita fuerint conjunctæ, ut aliæ sint immobiles, mobiles aliæ, jam vis in immensum augeri potest. Dum enim manus removetur a proxima trochlea, tantum ipsa movetur quantum funis educitur, & tantumdem contrahitur summa funium omnium a trochlea ad trochleam aliam tendentium, ideoque singula funium intervalla, quæ tot sunt quot trochleæ, eo minus contrahuntur, quo major est trochlearum numerus, & eo minus trochleæ mobiles ad immotas accedunt, ideoque pondus eo minore spatio promovetur. Præcedentes machinas nulla

la subjecta figura explicavimus; nemo enim est qui machinas illas oculis frequenter non usurpaverit, visu autem multo facilius, quam auditu percipiuntur.

Nunc vero breviter explicandum quid valeant machinæ, seu quanta utilitate adhiberi possint. Demonstratum est in casu æquilibrii esse MV = mv, ubi M, m, denotant pondera quælibet; V, v, velocitates. Jam vero si spatia dicantur S, s, tempora T, t, erit $V = \frac{S}{T}$, $v = \frac{s}{t}$, ideoque $\frac{ms}{t} = \frac{MS}{T}$, vel ms = MS, cum in machinarum actione tempora sint æqualia. Eo itaque reducitur machinæ cujuslibet actio ut potentia m, quæ tempore unius horæ, E. G. describere potest spatium s, pondus, M, per spatium S, sublevare valeat. His positis, si m, exhibeat pondus exiguum, M vero massam valde magnam, evidens est producto, ms, repræsentari non posse momentum valde magnum, nisi spatium S, eo minus sit respectu, s, quo majus est pondus, M, respectu potentiæ m. Quare si, s, repræsentet spatium valde magnum, oportet ut tempus in eadem ratione majus sit; cum necessario determinatum sit spatium dato aliquo tempore unius horæ percurrendum. Hinc ergo colligitur in machina qualibet etiam perfectissima compendium virium necessario conjunctum esse cum temporis, & spatii dispendio. Quare minime credendum est imperitis, ut non raro contingit, hominibus qui ingentia pondera brevissimo tempore ad magnam altitudinem attollere pollicentur.

III. In æstimandis viribus, ipsa virium directio considerari omnino debet. Sit, *Fig.* 8. C, in vecte, KL, centrum motus, sintque A, B, vires duæ quæ agant secundum directio-

ctiones, KA, LB. Ex cenrro motus ducantur CM, CN, perpendiculares ad directiones virium in M, & N; ponatur CM minor quam CN, & ex centro C, intervallo CN describatur circulus NHD, rectæ KA occurrens in D. Vis absoluta A repræsentetur per DA; hæc resolvi debet in vim DG, secundum directionem CD, & in vim DF perpendicularem ad CD, completo scilicet parallelogrammo AFDG. Jam vis DG agens secundum directionem CD, a centro scilicet circuli, vel rotæ DHN versus circumferentiam, nihil valet ad convertendam rotam circa C; sola vis DF, quam *relativam* appellant, hunc effectum producere potest, ac proinde vis absoluta est ad vim relativam, ut DA ad DF. Præterea vis, B, tendens ad partem contrariam considerari potest applicata in N vel L; vis enim eadem manet in quocumque directionis suæ puncto constituatur; pondera enim eadem manent in variis a terra distantiis, ac proinde & vires, quæ ponderibus æquivalent. Jam si vis, B, æqualis ponatur vi respectivæ DF, erunt conatus æquales & oppositi, ac proinde in æquilibrio ob distantias CD, CN æquales, erit ergo in casu æquilibrii vis relativa per DF ad vim absolutam per DA, ut DF ad DA, ut B ad A, atque ob triangula AFD, DMC, similia erit $B : A = DF : DA = CM : CD = CM : CN$. Hanc ergo generalem demonstravimus pro qualibet virium directione æquilibrii legem, nempe vires esse in ratione reciproca perpendicularium, quæ ex centro motus ad respectivas virium directiones ducuntur.

IV. Ad demonstrandam æquilibrii legem, virgam inflexibilem, gravitate & inertia carentem, qualis nulla existit in rerum natura, fin-

fingunt Physici. Igitur in æstimandis ponderibus, gravitatis ratio habenda est. Id vero staterae Romanæ exemplo declarare non abs re erit. In hac machina considerentur brachia duo inæqualia, quorum nota sint pondera, jam brachiorum pondera in suo gravitatis centro respective collecta fingi possunt, ac proinde momentum brachii utriusque erit, ut productum ex pondere in distantiam centri gravitatis a puncto suspensionis respective, eritque momentorum differentia excessus ponderis, qui proinde auferri debet, ut justum pondus habeatur. Quia vero brachia sunt homogenea, centrum gravitatis in brachiorum medio constitutum est; sunt autem tota inter se ut medietates; quare pondus uniuscujusque brachii ducatur in suam a centro suspensionis distantiam, momentorum differentia erit ipsum pondus subtrahendum. Ex his patet stateram Romanam ob brachiorum inæqualitatem minus accuratam exhibere ponderis mensuram; fraus autem maxime crescere potest si brachia non fuerint homogenea. Hinc stateram vulgarem ob brachia æqualia in commercii usu adhibere præstat; si autem statera illa fraude aliqua peccaverit, facile detegitur dolus, permutatis ponderibus; ex demonstratis enim facile intelligitur nullum in statera dolum latere, si in utroque casu maneat ponderum æqualitas. At statera Romana ad examen revocari non potest, quod quidem machinæ hujus vitium est maximum.

V. In omnibus machinis aliud est incommodum omnino inevitabile, mutuus nempe partium attritus. Nulla enim machina moveri potest, nisi partes aliæ super alias incedant atque labantur. Nulla autem est superficies

etiam

etiam eximie lævigata, quæ plurimis non emineat asperitatibus, &, ut ita dicam, monticulis, quod quidem demonstrant observationes microscopicæ. Illæ vero asperitates sine resistentia, sine difficultate aliqua superari non possunt. Igitur quæ hactenus demonstravimus de machinarum viribus, dicta volumus dumtaxat in hypothesi; quod omnia abessent impedimenta: quæ profecto efficiunt ut ad movendum pondus major potentia requiratur, quam quæ ex præcedenti doctrina definitur. At quo magis impedimenta de medio tolles, eo propius experimenta ad demonstrationes physicas accedent.

Resistentiam ex mutuo partium attritu oriundam variis experimentis æstimare tentarunt diligentissimi Physici, sed irrito, ut nobis videtur, conatu. Alii resistentiam illam ex ipsa superficierum magnitudine computandam esse existimarunt, alii ex corporum pondere, alii tandem ex ipsa velocitate; at mihi facile persuadeo ex his tribus conditionibus pendere mutuum partium attritum. Et quidem quo major est superficies, eo plures occurrunt superandæ asperitates. Præterea quo majus est corporis pondus, eo altius corporis unius asperitates alterius corporis cavitatibus inferuntur. Tandem quo major est velocitas, eo plura dato aliquo tempore superanda occurrunt impedimenta. At præter conditiones illas maxime etiam considerari debet ipsa superficierum natura, prominentium scilicet partium asperitas, numerus, textura, durities, aliæque plurimæ qualitates nullo experimento satis accurate definiendæ, atque hinc fit ut varia experimenta varias præbeant resistentiarum mensuras. Tandem in æstiman-

manda resistentia considerari etiam debet vectis longitudo quam tamen prætermittere solent plerique Physici, perperam quidem. Etenim mutuus partium attritus corporis motum destruit ac retardat, non secus ac faceret potentia quæ ad partes directioni motus contrarias ageret, ac proinde ad æstimandam resistentiam satis non est resistentiæ absolutæ rationem habere, sed vectis longitudo attendi etiam debet. Exemplo sit trochlea circa axem mobilis, cujus ope pondera attolli solent; resistentia ex mutuo partium attritu oriunda est mutuus axis trochleæ & cavitatum quas ingreditur, attritus; quare resistentia illa eo breviori vectis brachio applicatur respectu potentiæ trochleam moventis, quo minor est axis diameter respectu diametri trochleæ, atque hinc fit ut multo minor sit trochleæ circa axem mobilis resistentia. Inde etjam intelligitur trochlearum rotarumque majorum commoditas, & ex iisdem principiis pendet vulgaris usus quo nempe ad retardandum rapidiorem currus descensum sufflaminari solent rotæ. Etenim resistentia ex partium attritu oriunda rotæ circumferentiæ in hoc casu applicatur, secus autem ipsius axis peripheriæ. Ex hactenus explicatis derivari possunt in datis casibus utilissima sane artificia ad minuendam mutui attritus resistentiam; sed rem fusius persequi non est hujus loci.

VI. Ex centri gravitatis doctrina non solum pendent machinarum vires, sed alia quoque phenomena plurima quorum pauca proponere satis erit. Si ex centro gravitatis corporis alicujus ducta intelligatur recta ad horizontem perpendicularis, hæc vocatur *linea directionis*. Porro linea illa vel cadit intra basim, vel extra ipsam excurrit; quare cum in ipso gravitatis centro totum corporis pondus locatum fingi

possit,

possit, patet in primo casu nullum esse ruinæ periculum, si nempe linea directionis intra basim cadat; sustinetur enim corpus; contra autem linea directionis extra basim excurrente corpus labi & præceps ruere necessum est, nisi ipsa obstaret partium tenacitas. Mirum ergo non est quod turres Pisana & Bononiensis licet maxime inclinatæ, firmæ tamen & stabiles consistant. Hinc naturali quadam mechanica corpus retrorsum inflectunt imperiti quoque homines, si per locum declivem descendant; contra autem si ascendant corpus antrorsum incurvant, ut nempe linea directionis in basim retrahatur. Hinc homines ambulantes singulo passu a dextra ad sinistram & vice versa, corpus convertunt. Hinc homines pingues & obesi situm rectum affectare solent. Eadem de causa bajuli qui pondus alterutra manu gestant, manum alteram in partem oppositam extendunt. Tamdem eodem artificio funambuli sese in omnes partes pro necessitate contorquent, & longiori pertica utuntur quam hinc & inde versant maxima industria, ut linea directionis extra angustissimam funem non excurrat.

VII. Centri gravitatis inveniendi rationem formula algebraica exhibere solent Geometræ, nobis vero qui rerum facilitati maxime studemus, centrum gravitatis in corpore quocumque mechanice invenire satis erit. Corpus aliquod filo suspendatur, volvetur converteturque corpus illud, donec filum ad terræ superficiem perpendiculariter dirigatur, centrum gravitatis erit in hac perpendiculari, nempe in linea directionis, quod quidem evidens est ex gravitatis directione & ex ipsa centri gravitatis natura. Jam attramento vel colore aliquo facile conspicuo in ipsa corporis superficie notetur linea quam perpendiculi filum fecerit: rursus ex alio

alio puncto suspendatur corpus invertaturque corporis situs, & pari modo linea perpendiculi signetur, communi duarum linearum intersectioni imminebit centrum gravitatis; & re ipsa si corpus ex hoc puncto suspendatur, immotum manebit. Res eadem facilius præstari potest adhibita tabula horizontali probe lævigata; promoveatur nempe corpus quantum fieri potest versus marginem tabulæ, ita ut tamen non cadat; notetur in ipsa corporis superficie linea quæ est communis intersectio superficiei & tabulæ. Deinde iterum invertatur corporis situs promoveaturque ut ante, habebuntur communes intersectiones duæ, nempe secundum longitudinem & latitudinem quarum communi intersectioni intra ipsum corpus subjacebit centrum gravitatis. Cæterum evidens est in corporibus homogeneis quæ nempe in partes æquales & similes dividi possunt, centrum gravitatis idem esse cum puncto corporis medio, quod *centrum figuræ* vel *magnitudinis* solet appellari.

Dato gravitatis centro in quolibet corporum numero, commune gravitatis centrum omnium ex antea demonstratis facile invenitur. Si bina fuerint corpora quæcumque, centrum commune gravitatis erit in recta jungente utrumque gravitatis centrum; in medio si fuerint æqualia; si vero inæqualia, ita propius erit centrum commune gravitatis massæ majoris centro ut distantiæ sint ipsis massis reciproce proportionales, ex demonstratis. Si corpora sint tria, conjuncto gravitatis centro communi binorum corporum cum centro tertii, divisaque recta jungente in ratione reciproca massæ minoris ad summam massarum, punctum hoc modo inventum erit centrum commune quæsitum. Eadem ratione progredi licet ad massas quascumque:

Hæc

Hæc autem omnia facile deducuntur ex demonſtrato æquilibrii principio, ſi nempe conſideretur corporis pondus tamquam coactum in centro gravitatis, atque eadem ratione evidens eſt centrum gravitatis eſſe unicum; fingamus enim aliud eſſe punctum; jam quia totum corporis pondus in centro gravitatis adunatum fingi poteſt, corpus ſuſpenſum extra gravitatis centrum, quantum fieri poteſt deſcendere debet, nec poteſt quieſcere donec ad punctum infimum pervenerit. At proprietatem illam punctis duobus convenire repugnat. Itaque ſi corpora quotlibet inter ſe quomodocumque connexa e centro gravitatis communi ſuſpendantur, totum corporum ſiſtema in æquilibrio manere neceſſum eſt. Hæc pauca dicta ſint de centro gravitatis, non quidem pro rei dignitate, ſed quantum poſtulare videtur harumce inſtitutionum ratio.

APPENDIX

De quibuſdam Capitis præcedentis utilitatibus.

I. QUod gravitatis doctrinam ſpectat, illius utilitas ſatis manifeſta fiet ex dicendis deinde, ubi ſcilicet motus ex gravitate oriundos explicabimus. Interim vero obſervare ſatis ſit, ex variis Philoſophorum hypotheſibus de cauſa gravitatis & ex ipſius rei difficultate omnino evinci, in Phyſica ſua eſſe & quidem abditiſſima arcana quæ nulla humani ingenii vis reſerare poteſt. Si autem in rebus limitatis a Deo creatis inſuperabiles perſæpe occurrant difficultates, quod quidem a nemine ſuæ tenuitatis & ignorantiæ conſcio negari poteſt, qua fronte creatorem infinitum & ſanctiſſima religionis miſteria curioſius ſcrutari atque penetrare tentant ſuperba impiiſſimorum hominum inge-

genia, qui id omne respuunt & velut a ratione alienum fastidiose traducunt, quod suo imbecilli quidem ingenio non possunt comprehendere? itaque apud religiosos probosque Philosophos ea semper obtinere debet præstantissima & unica philosophandi ratio quæ fundatur in experimentis & observationibus; hæc vero si ad physicam mechanicamque causam non semper nos deducat, ad causam infinitam, Deum conditorem & Dominum nos certissime perducit. Hic est fructus Philosophiæ uberrimus, naturæ majestatem propius intueri, naturæ authorem impensius colere & venerari, illique soli servire. His autem pietatis & religionis ergo præmissis, jam inter innumeras capitis præcedentis utilitates, paucas seligamus.

Ad explicandos animalium motus maxime valet præcedentis capitis doctrina, quam quidem utilitatem satis demonstravit *Joannes Alfonsus Borellus* in eximio opere cui titulus est: de motibus animalium. Paucis exemplis rem declarare satis erit. Fingatur brachium horizontaliter extensum extremisque digitis alligatum; intelligatur pondus viginti octo librarum, quod quidem onus ab homine satis robusto in hoc situ sustineri posse experientia compertum est. Tale pondus sustinetur vi musculi cujus extremitas superior annexa est capiti rotundo ossis humeri, altera autem extremitas capiti rotundo ossis cubiti alligatur. Jam cubitus cum manu extensa circa centrum articulationis in osse cubiti revolvi potest; notum præterea est ex diligentiori Anatome distantiam musculi a centro articulationis esse ad ponderis ab eodem centro distantiam ut 1 ad 20. Quare ut habeatur momentum musculi, multiplicari debet pondus absolutum nempe 28 librarum per 20, distantiam scilicet a centro mo-

motus, efficiturque productum 560 librarum, tanta nempe est vis musculi ut libris 560 æquivaleat, ob superandam vectis longitudinem; id vero ex demonstratis facile intelligitur. Simili ratione ad calculum revocari possunt in alio quolibet casu musculorum vires, dummodo per Anatomen data sit distantia a centro motus, & per experientiam superata resistentia innotescat. Porro hic obiter observanda est admirabilis plane musculorum dispositio; musculi scilicet ossibus alligantur in minori a centro motus distantia, ita ut potentiam musculi multo majorem esse oporteat. Quamvis autem animalibus orta inde videri possit aliqua virium jactura, in hac tamen structura omnipotentem Creatoris manum plane mirari debemus; Si enim potentia longius distaret a centro motus, jam ob majorem articulationis distantiam non solum deformis atque molesta foret musculorum animaliumque figura, sed etiam ad motum minus idonea, suaque mole ac crassitie animalia laborarent.

II. Ad firmitatem ædificiorum æstimandam eadem principia transferri possunt. Fingantur trabes duæ similes cylindricæ vel prismaticæ ABDE, FGHK *Fig. 9.* muro immobili IL infixæ, divisæ intelligantur AB, FG æqualiter in C, M. Jam illarum pondera fingi poterunt collecta in punctis, C, M, centro gravitatis directe oppositis. Facilitatis ergo ponatur AB = 2FG, erit pondus trabis ABDE octuplo majus pondere trabis FGHK; sunt enim trabes illæ utpote similes in ratione triplicata laterum homologorum, ex elementis Geometriæ. Quare cum pondus trabis ABDE, locatum fingatur in C, sitque AC duplo major distantia FM, erit momentum totum ad rumpendam trabem in puncto A, decie[ss]exies majus momento

mento trabis alterius. Jam conferantur vires quæ trabes illas integras muroque infixas servare conantur. Sit ARE, trabis majoris sectio, & FSK minoris. Dividantur AE, FK, æqualiter in P, Q; erit in qualibet sectione fibrarum *longitudinalium* numerus, ut sunt sectiones ipsæ, ac proinde ut quadratum rectæ, AE, ad quadratum rectæ FK, (ex elementis Geometriæ), nempe ut 4 ad 1, ideoque etiam cohæsio quæ est ut fibrarum numerus, erit in eadem ratione; sed cohæsio illa considerari potest ut vis resistens, cujus proinde resistentiæ ut habeatur momentum, hæc collecta poni debet in centro gravitatis PQ; ideoque cum sit AP = 2FQ, erit in prima trabe momentum resistentiæ octuplo majus. At momentum vis quæ trabem majorem in puncto A rumpere & a muro avellere conatur, est decies sexies majus. Unde evidens est vires quæ ad trabes rumpendas tendunt, crescere in ratione quadruplicata longitudinum; vires autem oppositas, adhæsionis nempe, crescere tantum in ratione triplicata. Hinc trabes majores, servata licet partium proportione, rumpuntur facilius; imo tanta esse posset illarum longitudo ut proprio pondere fractæ necessario ruerent. Merito igitur concludit Galilæus ædificium aliquod firmum stare posse, quod procul dubio rueret in formam justo ampliorem redactum, manente licet partium proportione; quod quidem in arte architectonica utilitate non vacat.

Ex eodem principio infert celeberrimus Author suos esse in operibus naturæ & artis limites quos ultra consistere eadem opera minime valerent. Ita si arbores nimio donarentur volumine, gravitate sua oppressi rami facile rumperentur. Simili ratione crassiora animalia vim non habent quæ illorum magnitudini respondeat;

deat; atque hinc si aliqua forent terrestria animalia multo majora iis quæ novimus, vix organicos motus exequi possent, suaque mole fatiscerent perpetuisque obnoxia essent periculis: Ex hac doctrina concludere audent intemperantiores quidam critici, nullos unquam extitisse homines qui justam vulgaremque hominum magnitudinem multum excederent. Nec Scriptores illos hac in re valde moratur S. Scripturæ auctoritas; ajunt enim nominibus Hæbreis *Nephilim* & *Gibborim*, quæ in primigenio textu leguntur & in *vulgata* nostra gigantum nomine redduntur, significari etiam posse scelestos homines suisque flagitiis non minus quam staturæ magnitudine famosos. Quod autem refertur Deuter. 3. de lecto Og *qui novem cubitos habebat longitudinis & quatuor latitudinis*, de sola lecti magnitudine iidem auctores intelligunt, eamque ferunt apud orientales populos consuetudinem ut amplissimos lectos ad pompam ornarent & in tali ornamento fastum collocarent. Verum quidquid sit de hebraicorum nominum ambiguitate, eam omnino dirimit vulgatæ versionis & 70. Interpretum auctoritas, nullumque dubitandi locum relinquit gigantis Goliath altitudo quæ lib. 1. Reg. describitur: *Sex cubitorum & palmi*. Itaque ex dictis hoc unum colligere licet, præter consuetas naturæ leges conformatos fuisse enormes gigantes & singulari virium proportione donatos, quod quidem exemplo suo confirmant aliqui insuetatæ staturæ homines qui his nostris temporibus per urbes vagantur suæque magnitudinis beneficio victum quæritant. Tales autem homines, si cum antiquis gigantibus conferantur, velut nani & pumiliones haberi debent, sua tamen magnitudine quasi opprimi & laborare observantur. Necessaria ergo fuit antiquis gigantibus insolita &

præ-

præter naturæ humanæ ordinem virium proportio; præsertim si verum sit quod de gigantibus illis legitur, aliquos scilicet longe ultra vulgarem hominum ætatem & per multa sæcula vixisse. Idem dicendum de gigantibus quos etjamnum hodie magno numero extare narrant viatores nonnulli, quibus tamen facilius & nisi dicto fides constiterit, credendum non est.

Fornicum stabilitas ex centri gravitatis doctrina omnino pendet. Rem leviter attingam. Intelligatur fornicis arcus ex diversis constans lapidum segmentis, cuneorum instar dispositis & ad arcus centrum tendentibus. Lapis arcus superior qui fornicis *conclusura* seu *clavis* appellari solet, perpendicularis est ad horizontem, atque hinc & inde contiguis lapidibus sustinetur. Ductæ concipiantur verticales per singula gravitatis centra in singulis lapidum segmentis. Jam lapis superior lapidibus contiguis veluti planis inclinatis incumbit, ac proinde tota vi gravitatis non tendit ad descensum, sed aliqua tantum gravitatis parte, quæ eo major est quo minus inclinata sunt contigua lapidum plana. Quare si planorum inclinatio fingatur infinite parva, hoc est, si lapidum segmenta forent ad horizontem perpendicularia non secus ac fornicis clavis, jam clavis tota vi gravitatis ad descensum tenderet, & re ipsa descenderet nisi arenato & calce retineretur; atque hinc minus tuti sunt & facile ruinosi fornices plani; sed accuratos fornices consideremus. Clavis intra contiguos lapides constricta per lineam verticalem ad descensum tendit; hunc vero conatum exercere non potest, nisi hinc & inde premat contigua lapidum segmenta eaque conetur repellere. Hæc autem clavis actio in lapidem contiguum exhibetur per rectam ex centro gravitatis clavis perpendiculari-

ter ductam ad lapidis contigui superficiem. Patet autem ex virium compositione & resolutione, hanc lineam esse diagonalem parallelogrammi, cujus latera duo sunt vis perpendicularis qua clavis tendit ad descensum, & vis horizontalis qua clavis tendit ad removendum lapidem contiguum. Secundum illud lapidis segmentum vi clavis per diagonalem prædictam impulsum, urgetur quoque vi gravitatis ad horizontem perpendiculari, atque hinc resultat vis alia composita qua urgetur lapis alius contiguus, atque ita deinceps ad ultimum usque lapidem fornicis fulcro insistentem. Jam vero ea esse debet singularum fornicis partium structura atque sectio, ut lapides singuli a fornicis clavi ad fulcrum vim compositam exerceant, ad horizontem per gradus minus ac minus inclinatam, atque ita vis tota in ipsum fulcrum fere perpendiculariter dirigatur. Superest jam ut vim horizontalem ipsiusque fulcri resistentiam consideremus. Totum dimidii fornicis pondus collectum fingatur in centro gravitatis ex quo ad superiorem lapidis ultimi superficiem ducta intelligatur perpendicularis, secundum hanc directionem dumtaxat dimidius fornix in ultimum fornicis segmentum agere potest. Hæc autem vis ad fulcrum debet referri & in duas vires dividi, verticalem unam, horizontalem alteram. Vis ad fulcrum perpendicularis fulcrum ipsum magis ac magis premit atque confirmat; vis autem horizontalis ad fulcrum evertendum tendit. At fulcrum totam gravitatem huic conatui opponit; hæc autem gravitas agit per lineam verticalem e centro gravitatis ductam ad basim ipsius fulcri. Itaque in æstimandis fornicum viribus duæ considerandæ sunt actiones contrariæ, prima horizontalis qua fornix ad fulcrum subvertendum tendit; perpendicularis altera, nempe fulcri

resi-

resistentia. Tandem duæ illæ actiones ad centrum motus in ipsa basi referendæ sunt, atque eo majus est virium illarum momentum quo major est a centro motus distantia; tota ergo huc reducitur fornicis stabilitas, ut nempe dimidii fornicis actio horizontalis fulcri resistentia major non sit. Hæc sunt utilissimæ doctrinæ elementa quæ ad calculum facile revocabunt Geometræ, nobis autem satis sit rem generatim indicasse.

III. Ad principia in præcedenti capite explicata pertinet horologiorum rotis instructorum motus, sed utilitas melius intelligetur deinceps, demonstrata scilicet pendulorum doctrina, unicum aliud utilitatis exemplum afferemus. Nemo non vidit in *portatilibus* horologiis *machinulam conicam* quam catenula amplectitur. Hujus figuræ ratio ut intelligatur, observandum est desinente horologii motu, catenulam cylindrico horologii timpano totam circumplicari; Si autem horologio motus restituatur, catenula e timpano ad conicam machinulam transire debet. Id vero fieri non potest, nisi timpanum convertatur totque revolutiones perficiat quot gyris catenula ipsa timpano convolvitur. Præterea talis est in timpano partium structura ut, eo per vices revoluto, magis ac magis tendatur lamella elastica in timpano conclusa. His præmissis evidens est majorem tunc haberi lamellæ elasticæ tensionem, ac proinde & majorem vim, dum catenula tota conicæ machinulæ circumponitur; hæc autem tensio per gradus decrescit, dum machinula revolvitur, ac tamdem vis fit omnium minima dum gyros fere omnes catenula absolvit & puncto ultimo proxima est. Itaque patet ex illa vis motricis inæqualitate futurum esse, ut perpetuæ variationi obnoxius sit rotarum motus, nisi figura

conica paratum fuisset huic incommodo remedium. Igitur ad corrigendam motus inæqualitatem, efficiendum erat ut majore existente vi motrice minor foret distantia a centro motus, ideoque & minor machinulæ diameter, & contra; oportet nempe ut in machinulæ puncto quolibet productum ex vi tensionis in distantiam a centro motus sit constans semper & æquale; hoc enim artificio fit ut vis motrix eadem perpetuo maneat atque uniformiter fere moveantur rotæ, non secus ac facerent appenso aliquo constanti pondere. Cum ergo demonstrata principia accuratam nobis suppeditent temporis mensuram, hanc quoque utilitatem inter innumeras alias commendare voluimus. Problema est apud Geometras notissimum: invenire curvam cujus revolutione genitum solidum, quæsitam præberet in horologiis motus æquabilitatem: ex qua proinde curva formari deberet prædicta machinula; verum res est sublimioris indaginis, atque motus uniformitatem convenientemque figuram repetitis experimentis accuratissime inveniunt peritiores horologiorum artifices; talis figuræ rationem exposuisse satis sit.

SECTIO SECUNDA.

De reliquis universalibus corporum proprietatibus ex virium notione derivandis.

CAPUT I.

De motu in genere, variisque illius speciebus.

Ex ipsa virium notione derivari *mobilitatem* & *quiescibilitatem* evidens est; motus enim est virium effectus, & seclusa vi qualibet impressa corpus semel quiescens perpetuo quiesceret.

ſceret. Ampliſſimum quidem patet hujus capitis argumentum, ſed præcipuas dumtaxat motuum ſpecies expendemus. Et 1. quidem de motu generatim paucis præmiſſis, ad motum rectilineum & deinde ad curvilineum progrediemur; illas autem dumtaxat motuum leges explicabimus quæ in rerum natura maxime obtinent, prætermiſſis variis motuum variabilium pro arbitrio confictis hypotheſibus. Tandem corporis ſolitarii motu conſiderato, diverſos corporum motus inter ſe comparabimus & conflictuum regulas demonſtrabimus.

ARTICULUS I.

De motu generatim conſiderato.

I. MOtum jam antea definivimus *continuam loci mutationem*; unde intelligitur quietem eſſe *perſeverantiam* in eodem loco. Quare cum *mobile* non conſideremus niſi quatenus locum mutat, & a magnitudine aliiſque affectionibus quibuſcumque abſtrahamus, mobile inſtar puncti conſideratur quamdiu ſolius mutationis loci ratio habetur, atque ideo durante motu lineam deſcribere ponitur; continuo enim motu puncti linea deſcribi concipitur. Locus a quo mobile recedit vel recedere conatur, dici ſolet in ſcholis: *terminus a quo*; locus vero ad quem mobile accedere conatur: *terminus ad quem* appellatur. Locus duplex diſtinguitur, *abſolutus*, & *relativus*. Locus abſolutus dicitur pars ſpatii immobilis & immenſi quam res occupat. Locus autem relativus eſt ſpatii alicujus dati pars illa quæ tamquam immota ſpectatur & in qua res locatur. Hinc patet fieri poſſe ut mutetur locus abſolutus, non mutato loco relativo, & viceverſa; nam ſi nauta

in navi quæ plenis velis fertur, dormiat, locum suum absolutum mutat cum navi ipsa, servat vero eumdem locum relativum respectu partium navis; at si nauta pari velocitate qua fertur navis ipsa, progrederetur contra navis directionem, mutaret locum relativum, manens in eodem loco absoluto. Itaque pro varia loci mutatione, motus vel est absolutus, si mutetur locus absolutus; vel relativus, si mutetur locus relativus. Idem dicendum est de quiete quæ est perseverantia in loco vel absoluto, vel relativo. Fieri igitur potest ut ea quæ absolute quiescunt, nobis videantur moveri, dum nempe locum suum mutant relative ad alia objecta quæ tamquam immota consideramus, vel quorum motum non percipimus. Nam cum omne corpus nobis conspicuum suam imaginem ope radiorum ab eodem objecto prodeuntium, in oculi fundo, seu in retina depingat, ea objecta moveri videntur quorum imagines in retina moventur seu diversas retinæ partes continuo ac successive occupant, dum quis oculum suum velut immotum fingit. Contra autem velut quiescentia cernimus objecta illa quorum imagines eamdem semper occupant retinæ partem; cum scilicet imaginum motus in fundo oculi non sentitur; atque hinc est quod homines in navi sedentes ipsum navis motum non percipiant; omnes quippe navis partes inter se relative quiescentes, eamdem quoad oculum positionem & distantiam servant, imaginesque suas in iisdem retinæ partibus delineant; at cum oculos ad littora convertit spectator, necesse est ut objecta in littore posita situm suum respectu oculi continuo mutent, ac proinde imagines suas in aliis aliisque retinæ partibus successive pingant; qua ratione fit ut littora urbesque moveri videantur.

II.

II. Omissis quæstionibus plurimis & omnino superfluis de natura motus, considerare satis erit motum velut certissimum atque indubitatum naturæ effectum, a nemine nisi sceptico negandum. Et quidem experientia quotidiana constat plura corpora inter se relative moveri cum infinita propemodum varietate; sed corpus unum non potest moveri relative ad alterum, nisi alterutrum saltem moveatur absolute. Etenim si corpora duo absolute quiescunt, positionem suam inter se non mutant; ac proinde si unum spectetur ut immotum, alterum etiam immotum apparebit, nullaque erit locorum mutatio relativa; ergo ex motu relativo evidenter demonstratur motus absolutus. Serio refelli non merentur ineptissimæ veterum scepticorum argutiæ quibus impossibilitatem motus adstruere stultissime laborabant. Tales cavillationes risu excipi debent, quemadmodum ab Herophilo medico factum fuisse narrat Sextus Empiricus. Hoc argumentum proposuerat Diodorus Chronus Sophista: Si corpus moveretur, vel moveretur in loco in quo est, vel in loco in quo non est; atqui nec moveri potest in loco in quo est; ut enim moveatur, debet mutare locum. Nec moveri potest in loco in quo non est; siquidem nec agere nec pati potest, ubi non est: ergo corpus nullo modo moveri potest. Hoc sophisma lepide solvisse fertur Herophilus; Cum enim a Diodoro ut luxatum ipsius humerum institueret, vocatus esset, subridens dixit eum forte alio morbo laborare, humerum e suo loco excidere non potuisse, cum nequeat moveri; etenim, inquit Herophilus, si motus esset, vel motus est in loco in quo erat, vel in quo erat, sed neutrum fieri potest, ergo humerus luxatus non est. Sophista cui non placebat argumen-

tum, rogavit medicum ut dictorum obliviſceretur, & remedium malo adhiberet. Cæterum ſtatim patet ſophiſma; nec enim corpus movetur in loco in quo eſt, nec in loco in quo non eſt, ſed movetur e loco in locum, ſeu dum continuo mutat locum, & de loco in quo eſt transfertur in locum in quo non erat. Nihilo ſolidius eſt vulgatiſſimum Zenonis argumentum. Sophiſma eſt hujuſmodi; ponatur achillem curſu velociſſimum a teſtudine animali tardiſſimo diſtare intervallo paſſuum mille, atque eum centies velocius teſtudine moveri. Dum achilles unum percurrit milliare, teſtudo milliaris partem unam centeſimam conficiet, ideoque achilles teſtudinem nondum eſt aſſecutus. Rurſus dum achilles partem illam milliaris centeſimam percurrit, teſtudo interim per milliaris partem decemmilleſimam reptabit, ideoque nec adhuc teſtudinem erit aſſecutus achilles. Eodem modo dum achilles partem illam milliaris decemmilleſimam decurrit, teſtudo per milliaris partem millioneſimam promovebitur, ideoque nec teſtudinem poteſt attingere, atque ſic progredi licebit in infinitum, nec achilles unquam poterit teſtudinem captare.

En celebre Zenonis Sophiſma quod *achillem* ob vim ipſius quam exiſtimabat inſuperabilem, appellitabat; hanc cavillationem ſcriptis tractatibus integris ſolverunt aliqui, deambulando autem ſolvebat Diogenes. Sophiſmatis fallaciam ſtatim demonſtrant Arithmetici; hoc enim in Arithmetica demonſtratum eſt ſummam ſerici cujuſvis quantitatum in quavis proportione geometrica in infinitum decreſcentium æqualem eſſe quantitati finitæ; ſed milliaris pars $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10000}$, $\frac{1}{1000000}$, $\frac{1}{100000000}$

$\frac{1}{100000000}$ & ſic in infinitum, eſt ſeries quantitatum in progreſſione geometrica decreſcentium, ideoque illius ſumma cum ſit æqualis quantitati finitæ, a mobili tempore finito percurri poteſt. Ponamus achillem ſpatio unius horæ milliare peragraſſe, ergo & partem milliaris centeſimam in parte horæ centeſima conficiet, & partem milliaris decem milleſimam in horæ parte decemmilleſima percurret, & ita in infinitum. Si hujus ſerici in infinitum continuatæ ſumma infinito temporis ſpatio reſponderet, jam achilles teſtudinem nunquam aſſequeretur tempore finito. Verum, ut dictum eſt, horæ pars $\frac{1}{100} + \frac{1}{10000} + \frac{1}{1000000}$ &c. quantitati finitæ æqualis eſt uni ſcilicet parti nonageſimæ nonæ unius horæ, ut facile demonſtratur in Arithmetica. Igitur achilles teſtudinem aſſequetur poſt elapſam horam unam & partem horæ nonageſimam nonam. Itaque evaneſcit argumentum cujus vim inſuperabilem toties jactaverunt illius patroni; & quidem abſurde omnino ſibique parum conſentientes, cum teſtudinem & achillem, etſi nunquam ſe invicem attingerent, magis tamen ac magis ad ſe mutuo accedere ac proinde & moveri concedant. Hæc de motu generati dicta ſint, quibus adjungenda eſſent alia nonnulla, ſed hæc ex primo Phiſices articulo repetenda, ubi ea tractari doctrinæ neceſſitas poſtulabat.

ARTICULUS II.

De rectilineo corporum descensu.

I. MOtum *variabilem* jam in primo Physices capite definivimus; is nempe est, cujus velocitas continuo crescit aut decrescit. Dicitur autem *uniformiter acceleratus*, si temporibus æqualibus, æqualia accedant velocitatis incrementa; contra *uniformiter retardatus* appellatur, si velocitas temporibus æqualibus ad quietem usque æqualiter decrescat. Uniformiter acceleratum esse motum vi gravitatis constantis productum, ex ipsa definitione facile colligitur. Et quidem 1. descensum perpendicularem consideremus. Ponatur tempus, quo grave aliquod descendit divisum esse in particulas æquales, & valde exiguas, primaque temporis particula agat gravitas, & corpus perpendiculariter impellat. Si jam post primum illud tempus omnis gravitatis actio cessare fingatur, nihilominus, per vim inertiæ, acquisitam velocitatem corpus perpetuo servaret. At cum gravitas indesinenter agat, etiam in secunda temporis particula corpus, alium gravitatis impulsum priori æqualem accipiet, ac proinde velocitas elapso secundo tempore dupla erit. Simili ratiocinatione patet velocitatem esse triplo majorem, elapso tertio tempore, & ita deinceps. Ergo velocitas crescit ut tempus, seu æqualibus temporibus æqualia accedunt velocitatis incrementa, ac proinde motus est uniformiter acceleratus...... 2. Si corpus descendat per planum inclinatum, res eadem facile demonstratur. Etenim corpus, C, *Fig.* 10. incumbat plano inclinato F. Ex centro C, ducta intelligatur, CG, ad basim horizontalem

DB

DB perpendicularis, quæ exhibeat gravitatem totam abſolutam corporis C, & dividatur in vires duas, quarum una CF ſit plano inclinato perpendicularis, altera vero eidem plano parallela. Vis quæ eſt, ut CF, nihil confert ad deſcenſum corporis per planum inclinatum, ſed tota impenditur in premendo plano; ſupereſt ergo dumtaxat vis FG; ſed ob triangula rectangula DAB, CEG ſimilia erit FG : CG = AB : AD. Hæc autem ratio eadem manet, in quocumque loco plani inclinati poſitum ſit corpus, ac proinde & eadem eſt ratio gravitatis abſolutæ CG ad gravitatem relativam FG; igitur gravitas relativa conſtans eſt, ideoque eadem eſt demonſtratio, quæ pro gravitate abſoluta, quare motus eſt uniformiter acceleratus. Contraria ratione intelligitur motum corporum in eadem recta ſurſum tendentium eſſe uniformiter retardatum; cum ſcilicet vis gravitatis contra motus impreſſi directionem perpetuo & uniformiter agens, æqualibus temporibus æqualiter motum minuat, uſquedum velocitas omnis ſurſum extincta ſit.

II. Recta AB *Fig.* 11. exhibeat tempus, quo corpus aliquod per datum quodlibet ſpatium deſcendit. Diviſum intelligatur tempus in particulas innumeras, ei, im &c. Jam velocitas temporis particula infinite parva erit uniformis; hæc autem repræſentetur per e f, recta i k, exhibebit velocitatem particula temporis infinite parva, im, & ita deinceps; ſed ex demonſtratis in primo articulo, ſpatium motu uniformi percurſum eſt ut rectangulum ſub tempore & celeritate; quare erit ſpatium percurſum tempore, e i, velocitate, e f, ut rectangulum if; eodem modo ſpatium percurſum tempore im, & celeritate ik, erit ut rectangulum, mk, & ſic de cæteris. Quare erit

F 6 ſpa-

ſpatium his omnibus temporibus percurſum, ut omnia hæc rectangula. Cum autem temporis particulæ ſint infinite parvæ, rectangulum, if, non differt a trapezio, eifk, ac proinde rectangulorum omnium ſumma æqualis eſt triangulo ABC. Jam vero ob motum uniformiter acceleratum, tempora Ao, AB, ſunt ut velocitates, or, BC, ac proinde ſimilia ſunt triangula Aor, ABC, ideoque ſunt ut quadrata laterum Ao, AB, vel or, BC, hoc eſt, ut quadrata velocitatum aut temporum, ac proinde etiam, quod idem eſt, velocitates aut tempora ſunt in ratione ſubduplicata ſpatiorum. Ex hac uniformis accelerationis lege ſtatim evidens eſt ſpatium dimidio tempore AB, percurſum velocitate CB, tempore AB, acquiſita, æquale eſſe ſpatio tempore AB, deſcripto motu uniformiter accelerato. Etenim ſpatium velocitate uniformi BC, tempore AB, percurſum repræſentatur per rectangulum ABCD, duplum trianguli ABC, ac proinde dimidium ſpatium, quod eſt ut triangulum ABC, velocitate uniformi BC, dimidio tempore percurritur.

III. Si corpus aliquod vi gravitatis conſtantis tempore quolibet dato datum ſpatium percurrat, tempore duplo deſcribet ſpatium quadruplum, tempore triplo ſpatium noncuplum &c. Nempe ſi tempora fuerint in proportione arithmetica, 1. 2. 3. 4. &c. ſpatia percurſa ſe habent in proportione 1. 4. 9. 16. &c. hoc eſt ſi corpus minuto uno ſecundo deſcribat pedes 15. duobus ſecundis percurret pedes 15. × 4. tribus ſecundis, 15 × 9, & ita deinceps. Igitur ſpatia ſingulis temporibus ſeorſim deſcripta ſunt, ut numeri impares, 1, 3, 5, 7 &c. ut patet. Si enim ex ſpatio 4, duobus primis temporibus percurſo auferatur 1, ſpatium ſcilicet primo tempore deſcriptum, remanet, 3,
ſpa-

ſpatium deſcriptum ſecundo tempore, & ita dicendum de aliis quibuslibet temporibus. Cæterum patet hæc omnia convenire etiam corporibus, quæ per plana inclinata deſcendunt. Demonſtravimus enim hunc eſſe plani inclinati effectum, ut corporis gravitatem abſolutam minuat, manente tamen conſtante gravitatis parte reliqua.

Hinc merito inter machinas recenſetur planum inclinatum; cum enim *machina* appelletur quidquid ad motum faciliorem confert, evidens eſt machinis annumerandum eſſe planum inclinatum; cum aliquam gravitatis abſolutæ partem ſublevet, eam tantum ſuperandam relinquens gravitatis partem, quæ plano inclinato parallela eſt.

IV. Conſtantem eſſe gravitatem terreſtrem, jam antea oſtendimus; itaque quidquid demonſtratum eſt hactenus, ad gravium deſcenſum transferri debet; ac proinde dato quolibet tempore inveniri poteſt ſpatium vi gravitatis cadendo deſcriptum, & viceverſa dato ſpatio definitur tempus. Sit altitudo quælibet data, vel ſpatium cadendo percurſum, a, tempus, t, ſpatium data aliqua temporis parte, 1, deſcriptum dicatur, s, erit $1 : s = t^2 : a$, ideoque $s = \frac{a}{t^2}$, & $t^2 = \frac{a}{s}$; quare, $t = \sqrt{\frac{a}{s}}$. E. G. Si corpus pedes 60 percurrat tempore minutorum duorum ſecundorum, ſpatium quatuor minutis ſecundis percurrendum erit $16 . 60 : 4 = 4 . 60 = 240$. Viceverſa ſi tempore ſecundorum quatuor corpus percurrat 240 pedes, tempus quo percurritur ſpatium pedum 135 erit $\sqrt{135 . 16 : 240} =$

$\sqrt{135}$:

$\sqrt{135 : 15} = \sqrt{9} = 3$. At observandum est demonstratam accelerationis legem valere dumtaxat in vacuo, sublata aeris resistentia, seclusisque aliis quibuslibet impedimentis. Attamen si experimenta fiant in globis, qui pondus satis magnum sub exiguo volumine continent, demonstratam accelerationis legem satis accurate servat globorum illorum descensus; hac lege descendunt globi plumbei in angustum volumen redacti; at si iidem globi in sphæram cavam magnæ diametri extenderentur, jam turbaretur maxime lex illa; imo eo tenuitatis reduci posset globus, ut aeri mollioris plumæ instar innataret. At de aeris, fluidorumque resistentia sermo erit deinceps. Neque etiam hic consideramus gravitatem in magnis a terra distantiis; hanc enim in ratione distantiarum duplicata decrescere jam demonstravimus. Verum cum in distantiis a terra mille, & mille ducentum exapedarum gravitatem constantem demonstrent experimenta, talem gravitatis legem nunc explicasse satis sit. Hæc autem gravitatis doctrina debetur *Galilæo*, qui motus uniformiter accelerati leges primus omnium invenit, atque demonstravit.

V. Ex demonstratis facile comparantur inter se corporum descensus per diversa plana inclinata. 1. Si ex puncto, B, ad planum inclinatum AD, demittatur perpendicularis BK *Fig.* 11. iisdem temporibus percurruntur spatia AB, AK. E enim gravitas absoluta CG est ad gravitatem relativam FG, ut longitudo plani inclinati AD, ad illius altitudinem AB, ac proinde cum vires illæ sint constantes, erunt inter se, ut velocitates dato tempore genitæ, ex sæpius demonstratis; jam ob angulum rectum in B, erit AK : AB = AB : AD, quare AK erit ad AB, ut velocitas per planum

AK

AK ad velocitatem per planum AB eodem tempore genitam. Igitur ſpatia AK, AB, eodem tempore percurruntur. Inde autem ſtatim patet æqualia eſſe in circulo deſcenſuum tempora per chordam quamlibet, & per diametrum verticalem, ac proinde æqualia deſcenſuum tempora per chordas ſingulas. Et quidem cum angulus K ſit rectus, per puncta tria A, K, B, deſcribi poterit circulus cujus diameter erit AB, chordæ autem erunt AK, BK; ac proinde diameter verticalis, & chorda AK, vel BK, eodem tempore deſcribentur. Hæc autem ratiocinatio valet in circumferentiæ puncto quolibet, cum angulus ſemidiametro inſiſtens ſit ſemper rectus. Quare chordæ ſingulæ eodem tempore percurruntur..... 2. Tempus quo corpus C deſcendit ex A in D, eſt ad tempus, quo cadit ex altitudine perpendiculari, ut AD ad AB. Nam ob motum uniformiter acceleratum, AD eſt ad AK ut quadratum temporis per AD ad quadratum temporis per AK vel AB. Sed (ex elementis Geometriæ) AD eſt ad AB, ut AB ad AK, & AD : AB = AD : AK. Igitur quadratum temporis per AD eſt ad quadratum temporis per AK, ut AD^2 ad AB^2. Ergo tempus deſcenſus per AD eſt ad tempus deſcenſus per AK (hoc eſt) per AB ut AD ad AB...... 3. Tempora deſcenſuum per plana quotlibet inclinata ejuſdem altitudinis, ſunt inter ſe ut planorum longitudines. Nam tempus per AD eſt ad tempus per AB, ut AD ad AB; ſimili modo tempus per AM eſt ad tempus per AB. ut AM ad AB, ac proinde tempus per AD eſt ad tempus per AM, ut AD ad AM....... 4. Si corpus deſcendat per plana quotlibet inclinata AD, AM ejuſdem altitudinis, velocitates in punctis M, D, acquiſitæ æquales ſunt inter ſe, & veloci-

cita-

citati acquisitæ in descensu perpendiculari per AB. Cum enim spatia AB, AK motu uniformiter accelerato percurrantur, velocitas acquisita in B erit ad velocitatem acquisitam in K, ut $\frac{2AB}{T}$ ad $\frac{2AK}{T}$, reducendo motum uniformiter accelerátum ad motum uniformem, quod fieri posse jam demonstravimus, sumpto scilicet spatio duplo motu uniformi eodem tempore percurso. Jam vero ob tempora T, t, æqualia, & numerum constantem, 2, erit velocitas in B ad velocitatem in K, ut AB ad AK, vel ut AD ad AB, ob triangula similia AKB, ABD. Sed quadratum velocitatis in D, est ad quadratum velocitatis in K, ut AD ad AK, & præterea (ex elementis Geometriæ) AD : AB = AB : AK, quare AD : AK = AD^2 : AB^2; ergo quadratum velocitatis in D est ad quadratum velocitatis in K, ut AD^2 ad AB^2; ac proinde velocitas acquisita in D est ad velocitatem acquisitam in K, ut AD ad AB, vel ut velocitas acquisita in B, ad velocitatem acquisitam in K. Ergo velocitas in D, æqualis est velocitati in B. Simili ratiocinatione velocitas in M, æqualis demonstratur velocitati in B, ac proinde & velocitati in D, atque demonstratio valet de alio quolibet planorum numero. His quatuor numeris comprehendimus præcipuas corporum per plana inclinata descendentium leges, eas scilicet quæ ad sequentem articulum intelligendum necessariæ omnino sunt.

AR-

ARTICULUS III.

De motu Curvilineo.

I. DEmonſtratum eſt jam, ubi virium compoſitionem & reſolutionem explicavimus, nullam curvam vi unica deſcribi poſſe, ſed requiri ſaltem vires duas diverſæ naturæ, quæ ſcilicet rationem perpetuo variabilem inter ſe habeant. Evidens eſt infinitum a Geometris conſiderari poſſe virium ordinem, ac proinde & curvas numero infinitas; at Phyſicis conſiderare ſatis eſt illas virium rationes, quæ in rerum natura generatim obtinent. Itaque duas in hoc articulo diſtinguemus motuum ſpecies; alii ſunt motus *liberi*, corporum ſcilicet quæ ſemel mota ſibi deinde libere permittuntur; alii autem ſunt motus *non liberi*, corporum nempe quæ impedimento aliquo retinentur. Ad primam motuum ſpeciem pertinet corporum projectilium motus; ad alteram autem pertinet motus pendulorum. De hac duplici motuum ſpecie ex ordine tractabimus, præmiſſo principio, ex quo univerſa pendet curvilineorum motuum doctrina.

Conſideretur latus infiniteſimum curvæ AB, per quod labatur corpus B, velocitate qualibet finita expreſſa per BC. *Fig.* 12. Jam ubi corpus pervenit in C, viam flectit per CD, ita ut producto latere BC, angulus externus BCM ſit infinite parvus. Poteſt enim curva quælibet conſiderari, tanquam compoſita ex planis inclinatis numero infinitis, & infinite parvis, quorum proinde inclinatio debet eſſe infinite parva, ut planorum inclinatorum ſeries abeat in curvam continuam. Jam vero latus, CD, ſe habet tanquam obſtaculum, uniformem corporis

ris motum ſecundum directionem BC retardans. Quare vis finita, BC, dividi debet in vires duas, unam ſecundum directionem BN, vel CD lateri CD parallelam, & alteram BM vel NC perpendicularem ad CD. Sola vi finita expreſſa per BN corpus deſcribit latus CD eodem tempore, quod deſcriberet latus BC, ideoque æquales ſunt CD, BN motu uniformi eodem tempore percurſæ; quæ quidem omnia manifeſta ſunt, ſi revocentur in memoriam, quæ de virium compoſitione & reſolutione demonſtrata ſunt. Porro in hac demonſtratione ponitur abeſſe vim omnem elaſticam & reſiſtentiam quamlibet. Eſt autem vis expreſſa per NC, vel BM quantitas infiniteſima primi ordinis, cum ſit ſinus anguli infiniteſimi BCM cujus radius eſt BC exprimens vim finitam; vis autem NC tota conſumitur in premendo latere CD, nihilque confert ad velocitatem per curvam. Igitur velocitas corporis, B, per latus CD eſt ad illius velocitatem per latus BC, ut BN ad BC. Jam centro B radio BN deſcribatur arcus NI, erit BI = BN, ac proinde CI exhibebit velocitatem amiſſam. Sed arcus, NI, conſiderari poteſt, tanquam recta infinite parva ex angulo recto N in hypotenuſam BC perpendiculariter demiſſa. Ergo NC eſt media proportionalis inter CB & CI; ſed CB eſt quantitas finita, NC infiniteſima primi ordinis, ergo CI eſt infiniteſima ordinis ſecundi, ac proinde corpus curvam deſcribens ex latere infiniteſimo in aliud contiguum tranſiens, non amittit niſi velocitatis partem infiniteſimam ordinis ſecundi, ac proinde per finitum curvæ arcum deſcendens amittet duntaxat velocitatis partem infiniteſimam ordinis primi, hoc eſt, nullam; atque hoc eſt univerſaliſſimum curvilinei motus principium.

Jam

Jam primam motuum speciem consideremus.

II. Ex præalti montis vertice explosus intelligatur globus missilis, secundum directionem horizontalem; alia quælibet directio considerari posset, sed directionem hanc omnium simplicissimam, & commodissimam nunc adhibere satis sit. Jam si vis globo missili impressa, fingatur infinite parva, vi gravitatis in terram globus perpendiculariter recidet; si autem vis impressa ponatur infinite magna, secundum directionem horizontalem globus perpetuo movebitur. Hæ sunt duæ extremæ hypotheses, inter quas infiniti alii casus esse possunt, sed eos dumtaxat exponemus, qui ad Physicam pertinent. I.° Globus missilis projiciatur per rectam horizontalem AB, *Fig.* 13. & interea vi gravitatis constanti perpendiculariter urgeatur, secundum directionem AR. Jam recta AB divisa intelligatur in partes innumeras æquales, ut AE vi semel impressa temporibus æqualibus descriptas, rectæ illæ repræsentare poterunt tempora; sunt enim tempora inter se, ut spatia motu uniformi descripta; si autem ad singula divisionum puncta ducantur rectæ ad horizontem perpendiculares, ut QE, ita ut rectæ illæ sint ut quadrata rectarum, AE, spatia singulis temporibus motu uniformiter accelerato descripta per easdem rectas exhibentur. Itaque corpus motu composito describet diagonalem virium AE, EQ, cujus hæc erit natura, ut nempe rectæ EQ, vel AH semper sint ut quadrata rectarum AE vel QH, ductis scilicet AE, HQ, & AH, EQ parallelis; sed hæc est natura curvæ, quam *parabolam apollonianam* vocant Geometræ, ut nempe *abcissæ* semper sint ut quadrata *ordinatarum*, ergo gravia projecta in hac gravitatis lege parabolam describunt.

Evi-

Evidens autem eſt eamdem manere demonſtrationem , etiamſi projectionis directio fuerit ad horizontem utcumque obliqua ; tota enim demonſtratio pendet ex duorum motuum compoſitione , quorum unus eſt uniformis , alter autem uniformiter acceleratus. Porro quæcumque ſit projectionis ad horizontem inclinatio , eadem manet motuum illorum natura , ac proinde & eadem natura curvæ . . . . 2. Luna revolvitur circa terram , ideoque globi miſſilis inſtar projecta intelligi poteſt ſecundum directionem tangentis orbitæ , & interim vi centripeta tendens in terram . Verum in primo caſu ob exiguas a tellure diſtantias gravitatem tanquam conſtantem fingere , illiuſque directiones velut parallelas habere licet , quæ quidem hypotheſis ad corpora cæleſtia transferri non poteſt ; cum ob magnas diſtantias , neque conſtantem gravitatem , neque illius directiones velut parallelas conſiderare liceat . Jam evidens eſt globum juxta telluris tangentem minori velocitate emiſſum deſcribere arcum minorem , majore autem velocitate arcum majorem , atque aucta adhuc velocitate longius pergere , ita ut prætergredi poſſit totum telluris ambitum , & ad montem unde projectus fuerat redire . Fingamus jam corpora quælibet de regionibus altioribus projici , & ad terram , vel ſolem , aut quodlibet punctum vi centripeta tendere , pro varia corporum velocitate , & vi gravitatis deſcribentur arcus vel concentrici, vel excentrici , atque in ſuis orbitis pergent corpora ad modum planetarum per cælos vagari . Sed hæc breviter annotata ſint ; de hoc argumento jam aliqua diximus attractionis doctrinam explicantes , atque rurſus dicendi recurret locus in Aſtronomia ; de motu pendulorum jam paulo fuſius diſſerendum .

III.

III. Pendulum vel *ſimplex* eſt vel *compoſitum*; pendulum ſimplex appellatur filum puncto aliquo ſuſpenſum quod tanquam inflexibile & gravitatis expers conſideratur, altera autem extremitate pondere onuſtum. Si filum plura habeat annexa pondera, pendulum compoſitum appellatur, penduli *oſcillatio* aut *vibratio* appellatur motus alternus quo virga penduli circa fixum ſuſpenſionis punctum itum & reditum abſolvit; Si autem pendula duo ſuas vibrationes eodem tempore abſolvant, pendula illa dicuntur *iſochrona*. Si pendulum aliquod ſimplex CP *Fig.* 14. in linea verticali conſtituatur, in puncto infimo P quieſcit, ideoque punctum illud vocatur punctum *quietis*. At ſi pendulum attollatur ad punctum, A, & deinde ſibi permittatur, motu accelerato relabetur in, P; & quidem penduli motum conſideremus in puncto aliquo, N, atque ponderis gravitas abſoluta repræſentetur per NG; hæc dividi poterit in vires NH, NI, quarum prima, cum tota dirigatur ad punctum ſuſpenſionis C, ipſius puncti reſiſtentia omnino extinguitur; altera autem quæ eſt ſecundum directionem tangentis, exprimit gravitatem relativam, atque vi illa corpus motu accelerato deſcendit ad punctum P, ubi vis NI omnino evaneſcit; in hoc tamen puncto quieſcere non poteſt pendulum, ſed per vim inertiæ, acquiſitam ſervans velocitatem, aſcendit verſus B, ita ut æquales ſint arcus AP, PB, deſcendendo & aſcendendo deſcripti, atque etiam æqualia deſcenſus & aſcenſus tempora. Verum dum corpus ex, P, verſus K, aſcendit, perpetuo agit vis relativa gravitatis ſecundum directionem oppoſitam, NI, ac proinde in puncto B extinguit omnes velocitatis gradus acquiſitos; quare corpus propria gravitate relabitur, non ſecus ac ex puncto, A, primum deſcendit.

Hæc

Hæc autem omnia manifesta sunt ex articulo præcedenti & ex numero primo articuli hujus.

IV. Tempora descensuum per curvas similes & ad horizontem similiter inclinatas, esse in ratione subduplicata laterum homologorum ex locis citatis facile etiam colligitur. Etenim latera minima HG, GF, FD, *Fig.* 15 itemque hg, gf, fd, exhibeant infinitesimas curvarum partes similes & ad horizontem similiter inclinatas, jam tempus per HG est ad tempus per hg, ut $\sqrt{HG}$ ad $\sqrt{hg}$. Similiter tempus per GF est ad tempus per gf ut $\sqrt{GF}$ ad $\sqrt{gf}$; sed (per hypothesim) HG : hg = GF : gf, ergo $\sqrt{HG} : \sqrt{hg} = \sqrt{GF} : \sqrt{gf}$, ac proinde tempus per GF est ad tempus per gf ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$. Simili ratione tempus per FD est ad tempus per fd, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$. Ergo tempus totum per HG + GF + FD est ad tempus totum per hg + gf + fd ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$, hoc est, in ratione subduplicata laterum homologorum. Inde autem pendet universa pendulorum per circulares arcus excurrentium doctrina. . . . I. Velocitas penduli, CB, in puncto infimo B est ut chorda BK *Fig.* 16, arcus KDB ex puncto K descripti. Etenim ducatur KF ad CB perpendicularis, erit velocitas penduli in descensu per arcum KDB acquisita æqualis velocitati quam corpus acquireret cadendo ex altitudine FB, ac proinde ut $\sqrt{FB}$; sed (ex elementis Geometriæ) BF : BK = BK : BA, ideoque $BF \times BA = BK^2$; ergo cum sit BA constans, erit BF ut BK^2, ideoque $\sqrt{BF}$ est ut BK: quare velocitas acquisita in B quæ est ut $\sqrt{BF}$ erit etiam ut BK, nempe ut chorda; quæ quidem

dem proprietas circuli eximiæ est utilitatis, præsertim ubi ad experientiam revocandæ sunt conflictuum leges in proximo articulo demonstrandæ . . . 2. Si pendula duo arcus similes describant, erunt vibrationum tempora in ratione subduplicata longitudinum pendulorum, ut ex præcedenti demonstratione patet; sed numerus vibrationum eo major est, dato tempore, quo minus est vibrationis unius tempus; seu quod idem est, numeri vibrationum sunt in ratione subduplicata inversa longitudinum pendulorum. Quare datis duorum pendulorum longitudinibus, datoque vibrationum numero tempore aliquo ab alterutro pendulo peractarum, invenietur numerus vibrationum eodem dato tempore ab altero pendulo confectarum, dicendo: longitudo penduli unius est ad longitudinem penduli alterius, ut quadratum numeri vibrationum dati ad quadratum numeri vibrationum quæsiti; & vice versa invenietur penduli longitudo talis ut datum quemlibet vibrationum numerum dato tempore perficiat . . . . 3. Si pendula duo fuerint isochrona, erunt vires gravitatis acceleratrices ut pendulorum longitudines. Sunt enim vires constantes ut spatia iisdem temporibus descripta, spatia autem in hoc casu sunt similes pendulorum arcus qui proinde sunt ut longitudines pendulorum; quare & vires gravitatis in eadem sunt longitudinum ratione; quod quidem maxime valet ad definiendum gravitatis incrementum vel decrementum in variis terræ locis, ut deinde explicabimus.

V. Hactenus consideravimus pendulum simplex, quale nullum existere potest in rerum natura; nulla enim est virga quæ gravitate omni careat, ac proinde pendula omnia sunt composita. Rem breviter exponemus quantum difficultas patitur. Si bina pondera filo suspensa in di-

versa

versa a puncto suspensionis distantia suas oscillationes peragant, virgaque ipsa concipiatur inflexibilis, sine pondere & sine vi inertiæ, pondus quod puncto suspensionis propius est, suas oscillationes citius absolvere debet; contra autem tardius quod a puncto suspensionis remotius est, in ratione scilicet subduplicata distantiarum. Id quidem contingeret, si pondera oscillationes suas seorsim peragerent; verum quia penduli virga omnino rigida & inflexibilis ponitur, suas oscillationes eodem tempore pondera absolvent, atque ita componentur inter se velociores & tardiores ponderum motus ut medio quodam tempore suas vibrationes perficere debeant. Jam si inveniatur punctum aliquod in quo bina pondera collecta suas vibrationes eodem tempore perficerent, illud punctum dicitur *centrum oscillationis*, ejusque a puncto suspensionis distantia erit longitudo penduli simplicis pendulo composito isochroni. Quod autem diximus de binis ponderibus, idem quoque intelligi potest de alio quolibet ponderum numero, ac proinde & de infinitis ponduscultis per virgam penduli dispersis, in quo quidem casu gravitatis fili ratio habetur. At si filum sit subtilissimum ita ut illius pondus cum ipso globi appensi pondere comparatum, sit valde exiguum, & præterea si valde exigua sit globi diameter cum fili longitudine comparata, jam pendulum velut simplex considerari potest. Quia vero sublimior Geometria exhibet generales formulas quarum ope invenitur centrum oscillationis, ideoque pendulum compositum ad simplex reducitur, satis nobis fuit penduli simplicis doctrinam explicasse; alia autem plurima quæ in hoc articulo brevius diximus, ex sequenti conclusione magis fient manifesta.

CON-

CONCLUSIO.

Gravitatis terrestris inæqualitatem demonstrant accuratissime instituta pendulorum experimenta.

Demonstratur. Si observetur longitudo penduli isochroni in duobus locis, erunt vires in iis locis, ut pendulorum longitudines, ex antea demonstratis. Licebit ergo gravitatis incrementum perspicere, diligenter observata in variis terræ locis penduli isochroni longitudine. Quanta autem in capiendis hujusmodi experimentis adhiberi debeat diligentia, repetendum est ex monumentis Parisiensibus anno 1735: nihil enim accuratius, ac religiosius tradi potest, quam quod ibidem hac in re præscripsit vir clarissimus Dominus De Mairan. Hæc autem præcipue curanda monet. 1. Accurata habenda est mensura pedis Parisiensis, vel altera quælibet mensura, cujus ad pedem Parisiensem nota sit ratio, ita ut decima, &, si fieri potest, centesima lineæ parte non aberret...... 2. Parari debet globus exacte rotundus, diametro circiter unius pollicis, ex materia bene compacta.... 3. Adhibendum est filum flexibile, nec ita complicatum ut oscillationes laterales mutet in conicas, quas quidem diligenter evitari multis de causis expedit. Optimum omnium, & jam fere ab omnibus adhiberi solitum, est filum, quod paratur ex foliis *aloes*. Fili autem pondus si fuerit millesima pars ponderis globi, in pendulo pedum 3, linearum 8 attollit centrum oscillationis, una quartadecima parte lineæ unius; in aliis casibus, ea elevatio erit, quam proxime ut longitudo fili directe, & ut pondus globi inverse, quod de-

monstrat vir prælaudatus... 4. Summa utendum est diligentia in capienda distantia puncti suspensionis a centro globi, vel ab imo globi puncto; habita autem distantia puncti suspensionis a centro, si ei addantur $\frac{2}{5}$ tertiæ proportionalis post ipsam & globi semidiametrum, habebitur penduli longitudo. 5. Demum paratum sit oportet horologium accuratum, quod dirigatur per appulsum stellæ alicujus ad telescopium immotum, vel solis ad lineam meridianam; oscillationes autem maxima cura & sine ullo erroris periculo numerandæ sunt.

Tanta autem adhibita diligentia quæ in re subtilissima, omnino quidem necessaria est, jam certo definitum habemus penduli isochroni mensuram breviorem fieri pergendo a polis ad æquatorem, contra vero longiorem ab æquatore ad polos. Ita ergo comperta est gravitatis inæqualitas in diversis terræ locis, ut nemo sit qui de ea dubitet. Non defuerunt quidem doctissimi etiam viri, qui observationibus per Europam institutis gravitatem ubique æqualem se invenisse profiterentur; verum quod minus feliciter successerit observatio summo consensu, nunc tribuunt Physici iis methodis, quæ tum in usu erant minus perfectæ & perpolitæ, ita ut exiguum gravitatis discrimen, tam exiguis locorum intervallis debitum deprehendere nequaquam licuerit. Hinc observationes multo accuratiores & accuratioribus instrumentis institutæ sunt in plurimis, & admodum dissitis terræ locis; omnium autem observationum fide certo constat gravitatis inæqualitas. Hic autem longius esset describere varias pendulorum longitudines quarum tabulas videre est in eximiis operibus, quæ de telluris figura paucis ab hinc annis in lucem prodiere.

Quamvis ad determinandam gravitatis inæqua-

qualitatem solius penduli isochroni mentionem fecerimus, evidens tamen est pari successu adhiberi posse pendulum non isochronum. Etenim ex doctrina motus uniformiter accelerati in præcedenti articulo explicata, spatia crescunt ut quadrata temporum, eadem manente vi acceleratrice; si autem vires acceleratrices diversæ fuerint, seorsim tamen consideratæ uniformes maneant, quo major est vis acceleratrix, eo majus est spatium dato tempore percursum, ac proinde spatia sunt ut quadrata temporum, & vires acceleratrices conjunctim, ideoque vires acceleratrices sunt, ut spatia descripta directe, & quadrata temporum inverse. Jam vero in casu pendulorum, spatia sunt ut longitudines pendulorum; erunt ergo vires gravitatis ut longitudines pendulorum directe, & quadrata temporum oscillationum inverse. Igitur manente penduli longitudine, vires gravitatis sunt ut quadrata temporum oscillationum reciproce. Itaque patet ejusdem penduli ope gravitatis comparationem in diversis terræ locis institui posse; tanta enim diligentia numerus oscillationum dato tempore determinatur, ut ne dimidiæ quidem oscillationis error committi possit. Hac methodo gravitatis inæqualitas primum detecta est a *Richero* cujus observationes jam antea commemoravimus.

Ut tota hæc quæstio maximi sane momenti in bono lumine collocetur, meminisse oportet duplicem considerari posse gravitatem; aliam nempe *primitivam* nulla vi centrifuga perturbatam, aliam autem vi centrifuga imminutam, quam gravitatem *actualem* appellare licet; totam rem breviter explicabimus, ut facere solent qui telluris circa axem rotationem admittunt. Sit AB diameter æquatoris cujus P, p, poli, sitque DE, *Fig.* 17. semidiame-

ter paralleli cujusvis. Quoniam in circulari motu vis centrifuga dirigitur ad partes circuli descripti centro oppositas, in æquatore A, dirigetur ad partes oppositas centro terræ, C, per CA; in parallelo D ad partes oppositas centro paralleli E per ED. Jam vero gravitas ubique dirigitur ad centrum terræ, C, saltem quoad sensum, nimirum in A per AC, in D per DC. Præterea directio CA est penitus contraria directioni AC; at patet ex motuum compositione & resolutione, directionem vis centrifugæ per ED referendam esse ad directionem vis gravitatis per CD; nempe vim centrifugam in D exprimat recta DO, hæc resolvatur in ON ipsi CD normalem, & in DN secundum directionem ipsius CD. Hæc sola pars vis centrifugæ opponitur directioni gravitatis in D. Jam facile invenitur ratio vis centrifugæ in D, secundum directionem DN, ad vim centrifugam in A. Etenim exprimat AI vim centrifugam in A, erit, ex demonstratis de vi centrifuga, AI ad DO ut AC vel DC ad DE. Præterea ob triangulorum DCE, ODN, similitudinem, erit iterum CD ad DE ut DO ad DN, ideoque compositis rationibus CA^2 ad DE^2 ut AI ad DN. Ex hac demonstratione æstimari potest effectus vis centrifugæ in quolibet terræ loco; patet autem vis centrifugæ effectum talem esse ut gravitati primitivæ minus detrahat pergendo ab æquatore ad polos, & quidem duplici de causa; tum quia decrescit ipsa vis centrifuga quæ in polo evadit nulla, tum quia ejus directio gravitatis directioni minus directe opponitur. Ex his etiam facile determinatur ratio vis centrifugæ ad gravitatem primitivam. Si fingamus corporis alicujus sub æquatore gravitatem omnem sublatam, jam posito rotationis motu corpus illud per telluris tangentem elabere-

tur,

tur, ideoque minuti unius secundi intervallo supra ipsum telluris globum attolleretur tota illa altitudine, quæ est inter tangentem & arcum minuti unius secundi tempore descriptum, quæ quidem lineola tangente, & arcu comprehensa ex elementis Geometriæ facile invenitur. Hæc exprimet vim centrifugam sub æquatore; addi autem debet spatio, quod corpora sub æquatore minuti unius secundi tempore libere descendendo percurrunt, atque ita habebitur gravitas primitiva sub æquatore, quæ proinde conferri poterit cum vi centrifuga data, atque ita dicendum de aliis quibuslibet terræ locis. Sed hæc paucis indicasse sufficiat; convenientius enim explicabuntur, ubi de figura telluris; in hac conclusione solam gravitatis variationem demonstrandam suscepimus.

Objicies doctrina pendulorum hactenus explicata omnem excludit medii resistentiam. At certissimum est pendula impedimentis plurimis obnoxia esse. Et quidem aeris resistentia maxime retardantur; in ipso suspensionis puncto mutuus fit attritus, atque hinc oritur aliud omnino inevitabile impedimentum. Itaque sic argumentari licet. Gravitatis variationem non demonstrant experimenta illa, quæ nulla sufficienti diligentia institui possunt, atqui &c. ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego min. Aeris, aut mutui attritus impedimento tribui non potest differentia, quæ in pendulorum longitudine observata est. Et quidem iisdem impedimentis afficiuntur pendula tum sub æquatore, tum versus polos. Neque est quod dicant aliqua fortasse de causa majorem esse aeris resistentiam versus æquatorem, ac proinde & majorem penduli retardationem. Et certe in tam exigua velocitate, exigua omnino esse debet & fere nul-

la aeris resistentia, quæ si quid agit, ubique eodem fere modo motum retardat, & potius minus sub æquatore ob minorem aeris densitatem, majori scilicet calore vigente. Præterea etiam diligentissimi viri, qui pendulorum longitudinem observarunt, nullam prætermisere diligentiam ut penduli retardationem ex aeris resistentia oriundam cognoscerent, adhibitis quoque accuratissimis barometris, quæ atmosphera variationem indicarent; sed tanta diligentia necessaria quidem fuit ut accurate, & adamussim definiretur vera penduli longitudo, mediocris autem diligentia satis fuit, ut variatio penduli innotesceret; tanta enim est, ut observationibus etiam sine maxima subtilitate institutis sese conspicuam præbeat. Præterea omni caret verisimilitudine, observationes omnes in eumdem errorem perpetuo conspirare, quod nempe penduli isochroni longitudinem per gradus minorem faciant, pergendo a polis ad æquatorem. Porro in præsenti conclusione generatim dumtaxat agimus de gravitatis inæqualitate; rem vero accuratius determinare pertinet ad Geografiam, ubi telluris figuram investigabimus.

Instabis I. In pendulorum observationibus non apparet summus ille consensus, qui tamen ad fidem faciendam necessarius omnino est. Circumferuntur plurimæ observationum tabulæ, quæ quidem a se invicem non parum discrepant. Imo Picardus per totam Galliam & *Uranoburgi* eamdem invenit penduli longitudinem. Unde sic concludi potest: gravitatis variationem non demonstrant observationes illæ, quas erroris suspectas reddit earum dissensus, atqui &c. ergo &c.

Resp. Distinguo maj. Erroris suspectæ sunt observationes, quoad veram & accuratam pendulo-

dulorum longitudinem : transeat. Quoad longitudinem penduli generatim consideratam : Nego. Quare distincta min. Nego Consequentiam. Re quidem vera plurimos observationum Catalogos inter se minime conspirantes exhibuerunt doctissimi viri; sed quamvis ob rei difficultatem in eadem non consentiant penduli longitudine, in id tamen conspirant omnes, ut in præcedenti responsione observavimus, quod nempe pendulum ostendant brevius sub æquatore, longius versus polos. Quod autem *Couplessus* eamdem in universa Gallia invenerit penduli longitudinem, referri debet nimis exiguæ locorum distantiæ, atque etiam instrumentis minus accuratis, pro ea quam tales observationes postulant subtilitate. Dixi autem *transeat*: tanta enim diligentia his nuperrimis annis iterata fuerunt experimenta, ut miranda omnino sit tanta consensio; tantillas enim habent differentias, quas nulla diligentissimorum virorum industria vitare potest.

Instabis II. Durissima quæque metalla vi caloris extendi, frigore autem contrahi certissimum est. Notissimum est Physicis instrumentum, quod *pyrometrum* dicitur: hæc est illius structura. Constat ex lamella metallica, cujus extremitas una in denticulos desinit; hi autem denticuli axis perpendicularis cavitatibus, seu canaliculis inseruntur; axis autem rotæ horizontalis dentes ingreditur. Subtus lamellam metallicam aptata sunt ellichnia quæ admoto igne, flammam concipiunt. Rebus ita dispositis, lamella distenditur illiusque proinde denticuli axis cavitates per vices subeunt, & eumdem axem convertunt; revolvi autem non potest axis, nisi moveatur quoque rota superior horizontalis huic contigua. Quare si centro rotæ aptatus fuerit indiculus, qui circum-

loris effectus summa diligentia impediebatur, vel redacto conclavi, in quo experimenta instituebantur, ad calidioris loci temperiem, quod igne admoto & adhibito Thermometro in Laponia præstitit dominus *De Maupertuis*, vel notando oscillationum discrimen singulis gradibus caloris debitum, quod Thermometri ope diligenter perfecit *Grahamus*; hac enim adhibita diligentia variatio calori debita a tota penduli inæqualitate tuto detrahebatur. His autem præsidiis exercitatissimi viri in plurimis locis plures observationes habuerunt. *Torneæ* in Laponia inventa est longitudo penduli ad minuta secunda oscillantis pedum 3, linearum $9\frac{1}{100}$, Parisiis pedum 3, linearum $8\frac{67}{100}$, sub æquatore pedum 3, linearum $7\frac{21}{100}$: hanc autem tantam differentiam vi caloris tribuendam non esse, ex hactenus dictis facile patet.

Instabis III. Quamvis gravitatem minorem sub æquatore ostendant pendulorum observationes, inde tamen minime colligi potest gravitatis inæqualitas, ab æquatore ad polos certam servans legem: etenim fingamus gravitatem qualem requirit Nevvtoniana hypothesis, in ratione reciproca duplicata distantiarum a singulis materiæ particulis, fingatur quoque terra sphærica homogenea, ac dematur sub æquatore B, sphæra materiæ cujus radius BI *Fig.* 18. contineat milliaria quatuor; jam detrahetur in B pars circiter millesima gravitatis. Nam terræ semidiameter CB est milliarium circiter 4000. & attractio in sphæram CB est ad attractionem in BI, ut BC ad BI, sive ut 1000 ad 1, quod antea demonstravimus; at in F nullum observari poterit decrementum gravitatis. Est enim attractio puncti F in sphæram IB, ad attra-

ctionem puncti B in eamdem ut BI^2, ad FI^2., sive proxime ut $1B^2$, ad $2BC^2$., sive ut 16 ad 32000000; nimirum decrementum gravitatis in F, erit $\frac{1}{2000000}$ decrementi in B & $\frac{1}{2000000000}$ gravitatis totius. Si jam sphæra BI transferatur in F, eodem argumento ibi crescet pars millesima gravitatis, nihil in B, eritque differentia inter B & F pars quingentesima gravitatis. Si dupla sphæræ diameter adhibita fuisset, prodiisset differentia dupla, nimirum pars ducentesima, & quinquagesimaquarta, qualis fere per observationes pendulorum invenitur; quamvis autem gratis omnino fingatur sub æquatore in B existere cavernam ingentem, cujus diameter sit milliarium octo; certum tamen est multo minus materiæ sub æquatore, quam sub polis contineri; nam ob ingentem calorem perpetuum corpora omnia rariora sunt versus æquatorem; at versus polos perpetuis nivibus, & glacie rigent omnia. Præterea observationes pleræque in America factæ sunt in locis maritimis, immenso Oceano cinctis, cujus & magna est profunditas & ingens extensio; reliquæ in Europa observationes institutæ sunt in locis a mari remotioribus, & supra maris superficiem ita elatis ut illa major a centro distantia minus detrahat gravitati quam addat tanta materiæ quantitas late circumfusa. Ex his omnibus sic aliqui solent argumentari. Certum gravitatis incrementum, vel decrementum non ostendunt inæqualitates illæ, quæ recensitis caussis tribui possunt, atqui &c. ergo &c.

Resp. transeat maj. Nego min. Ad majorem dico *transeat*; in præsenti enim quæstione sermo est duntaxat de gravitatis inæqualitate, non

non vero de hujus inæqualitatis lege & causa; at pro mero figmento certe haberi debent in locis quibusdam cavernæ, in locis aliis montes; ecquis enim facile crediderit per universam tellurem tali ordine montium cavernarumque seriem distributam fuisse, ut certis pendulorum legibus accurate respondeat? Et quidem observationes non tantum sub æquatore & prope polos, sed etiam in locis aliis plurimis, & longius a montibus fuerunt institutæ. Tandem versus æquatorem eminent altissimi montes quorum ea fuit vis attractiva ut pendulum a perpendiculari directione septem secundorum intervallo dimovere potuerit, ut antea observavimus. Verum juxta objectionis hypothesim tellus sub æquatore montibus eminere non debet, sed contra cavernis ingentibus hiare. Hic autem data iterum occasione de montium attractione pauca revocabimus, ex quibus intelligetur altioribus quoque montibus exiguam omnino vim tribuendam esse, illosque minimam continere materiæ quantitatem, si cum massa telluris conferantur. Ponamus montem tria milliaria altum qualis est circiter altitudo montis *Chimboraco*. Hunc montem exhibeat sphæra D in superficie telluris quam tangat recta CLD, *Fig.* 19, erit gravitas in L in tellurem ad gravitatem in D in sphæram ut sphærarum radii (ex demonstratis); gravitas autem in L in tellurem ad gravitatem in D in eamdem in ratione reciproca duplicata distantiarum LC, DC, a centro ejusdem, ac proinde si DH exprimat gravitatem in terram in D, erit $DC^2 : LC^2 . = LC : DH$, & completo rectangulo ODHA, dirigetur gravitas per DA, ex motuum compositione. Jam vero in triangulo rectangulo DHA dicatur: ut DH est ad HA, ita radius ad tangentem anguli HDA; quia

autem data est semidiameter telluris quæ minor est milliariis parisiensibus 3940, ac proinde & ipsa DH, dabitur angulus, HDA qui invenitur 1. 18". Talis ergo esse deberet aberratio penduli prope montem *Chimboraco*, quæ tamen aberratio per observationem prodiit duntaxat 7". Hic afferre placuit demonstrationem antea omissam, principiis necessariis nondum constitutis. Hinc patet ingentes etiam montes minimam habere densitatem pro ratione voluminis; quare certum est montes illos cavitatibus seu cavernis hiare. Illæ autem telluris inæqualitates quæ tantæ nobis videntur & minimæ tamen sunt cum tota telluris massa comparatæ, probabilissime referendæ sunt in vehementiores aliquas telluris concussiones quarum effectum ultra superiores telluris partes propagatum non fuisse, verisimillimum est. Itaque ex his omnibus colligitur ad explicandam gravitatis inæqualitatem sine ulla ratione fingi montes & hiatus certa lege per universam terram dispersos. Cæterum quamvis sæpe dixerimus, gravitatis legem per observationes pendulorum hic a nobis non determinari, nemo tamen putet id contrarium esse constitutæ antea attractionis legi in ratione distantiarum duplicata decrescentis. Etenim hanc attractionis legem demonstravimus inter corpora cælestia magnis intervallis a se invicem remotissima, in quibus proinde diversam densitatem negligere licuit. Gravitatem terrestrem in eadem quoque ratione decrescere ostendimus, sed gravitatem consideravimus in eodem duntaxat telluris loco; nullam vero rationem habuimus illarum inæqualitatum quæ ex varia telluris densitate aliisque causis originem habere possunt. Tandem inæqualitates illæ nihil repugnant demonstratæ attractionis legi, cum oriantur ex ipsa attractionis lege in ratio-

ne

ne directa massarum & duplicata inversa distantiarum. Sed ut jam sæpe monuimus fusior explicatio ad alium locum pertinet, ubi de figura telluris.

Instabis IV. Pendulorum observationes haberi non possunt nisi facta comparatione cum horologii motu. At horologia constant ex variis partibus quæ singulæ impedimentis plurimis afficiuntur; humido vel arido cælo magis vel minus lubricæ fiunt rotæ, modo velociores, modo tardiores; hinc fit ut pendulum horologii in longiores vel breviores arcus excurrat, ac proinde idem non servetur singularum oscillationum tempus. Tandem vitium aliud quod in pendulo simplici jam notavimus, in horologiorum pendulis multo magis crescit ob partium multitudinem & varietatem, nempe pro varia cæli temperiem utantur, varieque extenduntur & contrahuntur plurimæ horologiorum partes; hinc mutatur centri oscillationis situs. Ex his omnibus ita concludi potest: incertis causis & sine ulla lege variis tribui potest diversa penduli longitudo, si incertus omnino sit horologiorum usus, quantum in re tam subtili desideratur, atqui &c. ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego min. Re quidem vera horologiorum partes singulæ variis mutationibus sunt obnoxiæ; at comparatione diligenter instituta inter horologii solisque aut stellarum motum, innotescere facile potest an horologium errorem aliquem admittat. Præterea ad vitandam mutationem ex cæli temperie oriundam adhiberi debent artificia de quibus jam supra mentionem fecimus. His horologiorum incommodis plurima parata sunt remedia. Grahamus celeberrimus instrumentorum artifex utilissimum sane tantis malis remedium excogitavit. In extrema penduli virga suspendit tubum mercurio plenum ita ut tamen in tubo spatioli

ali-

aliquid superesset, per quod mercurius ipse caloris vi dilatatus cum virga intra tubum ascenderet, descendente interim tubo ipso, atque ita centrum oscillationis suo loco maneret. Est & alia ejusdem erroris corrigendi ratio: suspenditur pondus diversorum metallorum lamellis ita inter se connexis, ut dum altera lamella magis distenta ultra alteram itidem distentam pondusque deprimentem excurrit, ipsa pondus sursum attollat & priori altitudini restituat, imo etiam non nihil majori ita ut ipsius virgæ centri oscillationis descensus compensetur, totiusque penduli centrum oscillationis suo perstet loco. Neque hic prætermittendum est aliud artificium non minus ingeniosum quod paucis ab hinc diebus excogitavit peritissimus horologiorum artifex Parisiensis *Lepautius*. Accuratissimis observationibus notum sit oportet quantum dilatetur virga metallica pro dato quolibet thermometri gradu; hos autem dilatationis gradus cepit *Lepautius* ex *Bougueri* & *Ellicotii* virorum diligentissimorum experimentis. Deinde curvam delineavit cujus radii inæquales virgæ dilatationibus semper forent proportionales, ita ut anguli quos radii singuli cum ipso divisionis initio continent, semper crescant ut gradus thermometri. Id vero obtineri posse evidens est descripto circulo & in suos gradus diviso, non secus ac dividitur thermometrum, hoc est, in partes 40; nam Parisiis intra hos limites consistit altitudo liquoris in thermometro; patet autem hanc curvam imitari spiralem quam *archimedeam* a suo inventore dicunt Geometræ. Tamdem compertum est partem centesimam lineæ in dilatatione virgæ per horas 24 id efficere ut pendulum retardet minuto uno secundo. Jam si radii centesima parte lineæ pro singulis divisionibus minuantur, manifestum est pun-

punctum curvæ quod quadragesimæ divisioni respondet, centro propius esse quadraginta centesimis partibus lineæ, seu duabus quintis lineæ quam sit ipsum curvæ initium. Quæ cum ita sint, in descriptam curvam flectatur lamella metallica, eaque sub ipsa horologii suspensione collocetur, aptata etiam acu quæ thermometri gradibus respondeat. Totum ergo negotium huc redit, ut pro tempore aliquo dato observetur gradus thermometri, curandumque ut acus eidem gradui respondeat. Hoc idem instrumentum alteri quoque graviori malo remedium affert. Rotarum cardines in horologiis oleo imbui solent; olei autem particulæ æstivo tempore vi caloris solutæ fluunt, tempore autem hiberno frigoris vi constringuntur & indurescunt. Hinc liberiores vel difficiliores fiunt oscillationes. Verum cum malum istud ex eadem causa pendeat, nempe ex gradu thermometri, idem quoque adhibetur remedium, augenda nempe est radiorum inæqualitas. Igitur non solum minui debet spiralis radius centesima parte lineæ seu quadragesima parte circumferentiæ totius circuli, sed mulctari etiam debet quantitate huic alteri effectui debita & per observationes cognita.

Superest tandem ut de vibrationum inæqualitate aliquid adjungam. Re quidem vera horologiorum pendula in breviores longioresque arcus variis de causis sæpe excurrunt; verum arcus illos licet inæquales iisdem quam proxime temporibus describi demonstrant Geometræ; quod ut intelligatur, brevis sermo haberi debet de celeberrima quadam curva quam *cycloidem* appellant. Cyclois est curva linea quam describit punctum aliquod in circuli circumferentia pro lubitu assumptum, intereadum circulus totus super lineam rectam revolvitur. Hujus curvæ genesis repræsentari solet per imaginem clavi

vi in rotæ ſuperficie defixi ; dum nempe rota per planum circumvolvitur, clavus in aere cycloidem percurrit; De prima cycloidis inventione acerrime certatum eſt circa annum 1643. inter *Torricellium* & *Robervallium*, illo primam cycloidis conſiderationem tribuente in Italia *Galilæo*; hoc autem in Gallia *Merſenno* noſtro. Sed quidquid ſit de illa concertatione quæ in rixas apertaſque inimicitias deinde exarſit, ſolam rei utilitatem, minime vero gloriam conſiderabimus. Plurimas inter & quidem elegantiſſimas cycloidis proprietates unam præ aliis afferemus quæ ad præſentem caſum pertinet; ſi nempe cyclois ita invertatur ut crura ſurſum tendant, punctum autem infimum horizontem tangat, tum e quavis diſtantia demittatur grave per ipſam cycloidem, eodem omnino tempore per arcum utcumque magnum vel parvum deſcendet. Itaque patet hanc cycloidis proprietatem ad pendulorum uſum transferri poſſe; ſi nempe efficiatur ut virga penduli in cycloide ſuas vibrationes abſolvat; hac enim arte ſervatur temporis æqualitas, mutata utcumque arcuum deſcriptorum longitudine. Illud autem commodum ſequenti artificio obtineri poteſt. Si curvæ cuilibet ex ejus parte convexa advolvatur filum, tum evolvatur itaut pars evoluta ſemper tenſa maneat, punctum fili quodcumque curvam quamdam lineam delineabit motu illo per aerem. Curva quam filum complectitur, dicitur *evoluta*; curva autem quam filum in aere deſcribit, curva *evolutione genita* appellatur. Curva genita fere ſemper admodum diverſa eſt ab evoluta; at cæteris proprietatibus cycloidis hæc addenda eſt ſane elegans; ſi nempe a ſummo vertice cyclois evolvatur, ſe ipſam generat ſibi prorſus æqualem, ita ut binæ ſemicycloides in ſitu erecto poſitæ, & e par-

parte convexa in ima sui parte sibi conjunctæ integram cycloidem generent. Quamobrem si binæ lamellæ semicycloidales in ima parte connexæ invertantur deorsum, itaut ima pars evadat summa, & ex ipso lamellarum angulo appendatur filum quod semicycloidis perimetro æquale sit, pondus imo filo suspensum oscillationes suas in cycloide peraget, isochronas prorsus, sive in ampliores arcus excurrant, sive brevioribus arcubus se contineant, tempore semper æquali. Hanc cycloidis proprietatem ad horologiorum usum primus omnium traduxit *Hugenius*. In horologiis vel pondus appensum, vel lamina chalibea elastica per vim contorta, motum primæ rotæ imprimit a qua in totam machinam derivatur. Jam diu in usu erat id machinarum genus, sed *Hugenius* eidem machinæ pendulum adjecit, ita ut cum illius oscillationibus celerioris rotæ motus connecteretur; dentesque singuli post singulas oscillationes procurrerent. Verum jam diximus a Geometris demonstratum esse descensus per arcus circuli minimos etiam inæquales, esse quam proxime isochronos. Quare cum minimi sint circulorum arcus a pendulis descripti, tanta non est hac in re cycloidis utilitas. Præterea in pendulis simplicibus sola gravitate sollicitatis valere quidem potest cycloidis usus; sed minus felici successu horologiis aptatur. Et quidem ad penduli vibrationes præter gravitatem concurrunt quoque motrices horologii vires quæ penduli isochronismum turbare maxime possunt. Quare minimos circulorum arcus præferendos esse ipsa quoque experientia edocti sunt horologiorum artifices. Sed hæc pauca dicta sint quantum patitur nobis imposita doctrinæ facilitas.

A R.

ARTICULUS IV.

De Corporum conflictu.

I. TRia distingui debent corporum genera, *dura*, *mollia*, *&* *elastica*. Dura dicuntur quæ ad mutandam figuram nulla vi cogi possunt. Mollia quæ figuram ita mutant ut mutationi resistant, eam autem amissam recuperare non nitantur. Elastica tandem dicuntur ea quæ figuram amissam recuperare nituntur. Rursus autem corpora vel sunt perfecte elastica, si nempe restituantur eadem vi qua fuerunt compressa; vel imperfecte elastica si restituantur vi minori. Corporum perfecte elasticorum restitutionem ita exprimere solent Physici. Dicunt nempe in corporibus perfecte elasticis, *vim restitutivum æqualem esse vi compressivæ*. Has definitiones exemplo illustrabimus. Globi duo elastici sibi mutuo occurant; primum quidem in puncto sese contingunt, sed partes contingentes & sese mutuo prementes cedunt magis ac magis ad certos usque limites, ac proinde augetur per gradus contactus magnitudo, donec partes compressæ per eosdem gradus, sed velocitatis ordine inverso sese restituant & ad pristinum statum redeant. Jam ut inter corpora elastica & non elastica comparatio instituatur, fingamus corpora dura AB, *Fig.* 20, longa elastrorum serie connexa esse; si A moveatur versus B, id fieri non potest nisi comprimantur elastra, ac proinde corpus A, agit in B per elastra interposita, atque magis ac magis hæc elastra comprimentur, donec corpora duo æquales secundum eamdem directionem velocitates habeant: in hoc autem statu nulla vis aget in elastra ac proinde vim elasticam exerent & la-

laxari incipient, sed inverso velocitatis ordine. Itaque in corporum elasticorum conflictu considerandæ sunt actiones duæ. In prima scilicet actione res se habet non secus ac si corpora essent omni elasticitate destituta; at cessante prima actione statim altera incipit, elastra nempe restituuntur eadem vi qua fuerunt compressa, si perfecta sit elasticitas. Igitur in prima actione extinguitur velocitas qua corpora ad se invicem accedebant, seu, ut vocant, velocitas *respectiva*; in altera autem actione corpora a se invicem recedunt eadem velocitate respectiva qua nempe ad se mutuo accedebant in prima actione. Unde patet motus quantitatem ab unoquoque corpore acquisitam vel amissam in prima actione æqualem esse quantitati motus acquisitæ vel amissæ in actione altera, ita ut quantitas motus per conflictum acquisita vel amissa in corporibus perfecte elasticis duplo major sit quam in corporibus perfecte duris. Quod spectat corpora imperfecte elastica idem est in prima actione effectus ac in corporibus perfecte elasticis; verum quia vis restitutiva minor est vi compressiva, minor quantitas motus in secunda actione acquiritur vel amittitur. At quia ex data corporum elasticitate, data etiam est ratio vis compressivæ ad vim restitutivam, seu ratio velocitatis respectivæ ante conflictum ad velocitatem respectivam post conflictum, evidens est quantitatem motus in prima actione acquisitam vel amissam in eadem ratione augendam esse post conflictum. Tandem quod spectat corpora mollia quorum partes cedunt, sed ad pristinam non redeunt figuram, prima actio eadem est ac in corporibus perfecte elasticis vel perfecte duris; illorum velocitas respectiva per conflictum extinguitur & unius corporis instar progrediuntur, cum nulla

sit

ſit vis reſtitutiva. Illud autem diſcrimen inter omnia corpora probe notandum eſt. Corpus molle tempore finito motum ſuum alteri communicaret, eo ſcilicet tempore quo cedunt corporis partes, & ipſam corporis diametrum percurrunt, ſi corpus perfecte molle fingatur. At in corpore duro cujus partes cedere non poſſunt, unico temporis puncto indiviſibili communicatur motus. Tandem in corpore perfecte elaſtico, tempore finito motus producitur, cedunt nempe corporis partes, & creſcente compreſſione, motu retardato ad ſe invicem accedunt, donec tandem continuo agat vis reſtitutiva qua fit ut partes motu accelerato ad priſtinam properent figuram.

II. Omnes conflictuum leges hoc uno principio innituntur; in quavis ſcilicet binorum corporum colliſione quantum motus lucratur corpus unum ſecundum datam directionem, tantum quoque lucrari debet corpus alterum ſecundum directionem oppoſitam; quod quidem evidens eſt ex actionis & reactionis æqualitate. Porro duplex caſus contingere poteſt; vel enim corpora tendunt ad eaſdem partes, vel ad partes contrarias. Si primum, quidquid motus additur corpori fugienti id detrahitur corpori incurrenti, ac proinde eadem manet tota motuum quantitas poſt conflictum quæ fuit ante conflictum. Si ſecundum, quidquid motus amittit corpus unum ſecundum propriam directionem, tantum quoque perit in corpore altero; illa enim corpora agunt in partes propriæ directioni oppoſitas. Igitur in hoc caſu eadem manet differentia motuum poſt conflictum quæ fuit ante conflictum. Duæ autem hujus principii partes ex duplici axiomate arithmetico facile patent: ſi nempe duæ fingantur quantitates ex quarum una tantum de-

detrahitur, quantum additur alteri, eadem manet quantitatum summa: si vero ex duabus quantitatibus æquales hinc inde partes detrahantur, eadem manet quantitatum differentia. Jam vero antequam collisionum leges ex demonstrato principio colligamus, observandum est corporum conflictum, vel *directum* esse, vel *indirectum*. Directus quidem dicitur, si corporum sibi occurrentium directio sit in eadem linea recta; indirectus autem vel obliquus appellatur si corporum directiones angulum inter se contineant. De corporum conflictu directo, deinde de indirecto agemus.

III. Si corpora duo non elastica sibi invicem occurrant ad easdem partes, vel ad partes contrarias; in utroque casu post conflictum instar unius corporis progredientur; sed in primo casu, velocitas communis post conflictum erit æqualis quantitati motus ante conflictum per summam massarum divisæ; in casu autem altero, æqualis fiet differentiæ quantitatum motus ante conflictum divisæ per summam massarum; si nempe corporum massæ dicantur M, m, velocitates ante conflictum V, v, velocitas communis post conflictum erit 1°. $\frac{MV+mv}{M+m}$ 2°. $\frac{MV-mv}{M+m}$; Et quidem communem esse velocitatem post conflictum, seu corpora duo post conflictum instar unius corporis progredi, evidens est. Cum enim corpora illa ponantur omni elasticitate destituta, nulla est ratio cur a se invicem resiliant vel separentur. Facile etiam patet in primo casu velocitatem communem æqualem esse quantitati motus ante conflictum per summam massarum divisæ. Etenim quantitas motus eadem manet ante & post conflictum; est autem quantitas

titas motus productum ex massa in velocitatem; habebitur ergo velocitas, dividendo quantitatem motus ante conflictum per summam massarum. Simili ratione patet in casu altero velocitatem æqualem esse differentiæ quantitatum motus ante conflictum per summam massarum divisæ; cum enim eadem maneat motuum differentia ante & post conflictum, sitque quantitas motus ut factum ex massa in velocitatem, evidens est ad habendam velocitatem id efficiendum esse ut nempe differentia motuum a massis liberetur, quod fit dividendo per massas. Jam hujus secundi casus aliquas conditiones expendamus. Si massæ & velocitates fuerint æquales, erit mv, $=$ MV, ideoque MV $-$ mv $= 0$, quare velocitas nulla est, & ambo corpora post conflictum quiescunt... Si massæ fuerint æquales, quiescat autem massa, m, erit $\frac{MV-mv}{M+m} = \frac{MV}{M} = \frac{V}{2}$; corpora nempe post conflictum dimidia velocitate progredientur.... Si massa M quiescat, sitque valde magna & fere immensa respectu massæ, m, erit MV $= 0$, ideoque velocitas post conflictum fiet $\frac{M\,v}{M+m}$, ac proinde physice nulla, ob massam M valde magnam.

IV. Ex demonstratis conflictuum legibus in corporibus omni elasticitate destitutis, facile colliguntur conflictuum leges in corporibus elasticis. Etenim si corpora omni elasticitate careant, ex data velocitate communi post conflictum & ex data corporum massa invenitur quantitas motus in unoquoque corpore post confli-

flictum, quæ si conferatur cum quantitate motus ante conflictum, habebitur quantitas motus per conflictum acquisita vel amissa. Jam vero in corporibus perfecte elasticis quantitas motus acquisita vel amissa duplo major est; in corporibus autem imperfecte elasticis mutatio motus augetur in ratione vis restitutivæ ad vim compressivam, ex demonstratis. Quare corpora elastica considerentur primum tamquam omni elasticitate destituta; atque inveniatur quantitas motus acquisita vel amissa; utraque duplo major fiat, si elasticitas fuerit perfecta; augeatur autem in ratione vis restitutivæ ad vim compressivam, si imperfecta fuerit elasticitas, atque ita conflictuum leges pro quacumque elasticitatis hypothesi determinare licebit. Has autem leges exemplis illustrabimus. Si corpora omni elasticitate destituta & æqualia ponantur, illorumque unum quiescat, post conflictum dimidiata velocitate ad easdem partes velut unum corpus progredientur, ut patet ex demonstratis. Quare corpus quiescens dimidiam motus quantitatem acquirit quam amisit corpus incurrens. Jam si corpora sint perfecte elastica, duplo major fiat mutatio motus in unoquoque corpore; ergo corpus quiescens totam acquiret motus quantitatem quam amittet corpus incurrens quod proinde quiescet.

Alterum consideremus casum, dum nempe corpora ad partes contrarias tendunt, & facilitatis causa ponamus corpora æqualia & eadem velocitate moveri. Si corpora non fuerint elastica, ambo post conflictum quiescunt, ac proinde totam & æqualem motus quantitatem amittunt; verum in corporibus perfecte elasticis duplo major est mutatio; quare corpora perfecte elastica non solum amittere debent

bent totam motus quantitatem secundum propriam directionem, sed contrariam & *negativam*, ut ita dicam, motus quantitatem acquirere; quare corpora ad partes contrarias a se invicem resilient æquali motus quantitate. Simili modo ad calculum revocari possunt aliæ quælibet motuum conditiones. Tandem si corpora fuerint imperfecte elastica, accuratissimis experimentis nota sit oportet ratio velocitatis respectivæ ante conflictum ad velocitatem respectivam post conflictum, atque in eadem ratione augeri debet mutatio motus. Observavit Nevvtonus in globis vitreis velocitatem respectivam ante conflictum esse ad velocitatem respectivam post conflictum ut 16 ad 15. Quare si in globis vitreis æstimari debeant conflictuum leges, hac proportione utendum est. Cæterum in præcedentibus demonstrationibus corpora omni elasticitate destituta & perfecte dura consideravimus; qualia fortasse nulla existunt in rerum natura. Verum hanc quæstionem ad alium articulum in Physices progressu rejicimus; interim patet hanc hypothesim, falsam an veram, a nobis fingi potuisse ut in corporibus elasticis conflictuum leges eruere liceret.

V. Demonstratæ hactenus conflictuum leges pendulorum ope ad experientiam revocari solent. Globus A vibrationes suas perficiat in circulo EAF, itemque B in circulo æquali GBH, *Fig.* 21, moveatur, & arcum RA descendendo, vel arcum ar, ascendendo percurrat. Demonstravimus jam velocitates in puncto infimo A fore ut sunt arcuum ascendendo vel descendendo descriptorum chordæ. Itaque effici facile potest ut corpora datis quibuslibet velocitatibus inter se congrediantur, atque ex arcuum descriptorum chordis post

con-

conflictum, invenitur velocitas acquisita vel amissa; atque ita per experientiam probari possunt conflictuum regulæ. Verum in instituendis hujusmodi experimentis calculo subduci debet aeris resistentia quæ rem maxime turbat; in causa enim est, ut globus A descendens per arcum EA ex R, ascendendo per AF non percurrat arcum æqualem, nec iterum revertatur ad R, ut contingeret in vacuo, sed deveniat ad punctum aliquod V. Nevvtonus ad habendam velocitatem globi A descendentis in aere per arcum datum, præscribit ut sublato altero globo B, demittatur libere globus A, ex aliquo puncto R noteturque punctum V ad quod post duas oscillationes regreditur; tum pars quarta arcus RV collocetur in medio in ST, ut RS & TV æquentur inter se, nimirum ut VT ad VR sit in ratione 3 ad 8. Quod quidem ita se habere ex constructione patet; nam

$$VR = 2DV + \frac{1}{4} VR = \frac{8TV + VR}{4}$$

ideoque $4VR = 8TV + VR$, & $3VR = 8TV$. His positis affirmat Nevvtonus velocitatem in A globi decidentis ex S in aere eamdem esse quæ foret in vacuo, si globus caderet ex T. Eodem modo si globus post collisionem ascendit ad S inveniendum est punctum V, ex quo libere demissus globus ipse A post itum & reditum ita ascenderet usque ad r, ut esset $rs = tv$, & st quarta pars totius rv, sive quod idem est, ut rs sit ad rv, in ratione 3 ad 8, affirmatque velocitatem in A fore illam ipsam qua in vacuo ascenderet ad t.

Hujus correctionis ratio facile patet. Nam RV est effectus resistentiæ aeris qui in duplici illa oscillatione debetur binis descensibus & binis ascensibus, ideoque ejus pars quarta ST de-

debetur soli descensui; hanc partem in medio collocat ad habendum medium quemdam effectum; cum nimirum bini illi descensus & ascensus non sint inter se æquales, sed primus ascensus ac secundus descensus æquales inter se, medii sint inter primum descensum & secundum ascensum. Hæc correctio exhibet velocitatem proxime solum, non accurate, quæ nimirum in exigua aeris resistentia parum a vera abludere possit; nam ad veram velocitatem determinandam multo sublimior & adhuc incerta resistentiarum doctrina requiritur, sed in re præsenti tantæ subtilitates sub sensum non cadunt. Testatur autem Nevvtonus se plurimis experimentis diligenter institutis, invenisse experimenta ipsa doctrinæ hactenus explicatæ omnino consentanea.

De corporum conflictu directo hæc pauca demonstrasse satis sit, ex quibus omnes conflictuum casus facile derivari possunt. Cæterum quæstionem metaphysicam de motus communicati causa paucis verbis hic iterum revocabimus. Affirmat Malebranchius motuum communicationem cum principiis physicis aut cum aliqua corporum proprietate necessario conjunctam non esse, ita ut inter corporum duorum motum seu quietem nulla major sit connexio quam inter corporum figuram, colorem &c. Hinc concludit celeberrimus metaphysicus corporis incurrentis motum causam phisicam non esse cur corpus percussum moveatur, sed totam motuum communicationem divinæ voluntati illiusque immediatæ actioni referendam esse. Certum quidem est, voluntatem Creatoris, omnium naturæ effectuum ac proinde & motus communicati primam & supremam esse causam; verum quod asserit Malebranchius inter mutuos corporum conflictus nullam majorem esse conjun-

junctionem quam inter illorum figuram & colorem, id quidem parum accurate dictum est. Et certe corporis alicujus figura & color ad corporis alterius figuram coloremque nihil omnino conferre possunt. At si corpus aliquod in aliud incurrat, necessum est aliquam status mutationem contingere vel in corpore alterutro, vel in utroque corpore. Etenim cum partes corporum ob illorum impenetrabilitatem ex eodem loco sese excludant, corpus aliquod incurrens motus directionem persequi non potest, nisi corpus percussum moveatur; quod si corpus incurrens post conflictum quiescat, jam idem corpus statum mutat, transiens scilicet ex motu ad quietem. Quare oportet ut in corporibus aliqua fiat status mutatio. Res alio exemplo confirmatur. Si corpora duo æqualia elasticitate destituta sese mutuo in partes directe oppositas æquali velocitate percutiant, ambo post conflictum quiescere ex illorum impenetrabilitate colligitur; ob eam rationem quiescere etiam debent corpora, si massæ fuerint in ratione reciproca velocitatum. Quæ cum ita sint, ex ipsis corporum proprietatibus fluere videntur conflictuum regulæ. Et re quidem ipsa ex vi inertiæ atque ex actionis & reactionis æqualitate pendent omnes quas tradidimus, conflictuum leges. Itaque nos quidem latet qua vi aut virtute corpora motum inter se dividant; motus enim nihil in se reale est, sed tantum aliquis existendi modus, nec facilius intelligitur motus quam quietis communicatio; *virium*, *actionum* nomina adhibent plerique Philosophi, sed obscuris vocabulis rem implicant, non explicant. Concludendum ergo est motuum communicationis principium metaphisicum ignotum nobis esse, ex corporum tamen proprietatibus pendere conflictuum leges quas

infinita ſapientia ad fines in hujuſmodi creatione propoſitos direxit & ordinavit omnipotens rerum omnium auctor & gubernator. Quamvis autem ex proprietatibus corporum pendere videantur percuſſionis regulæ, nemo tamen temerario inferat leges illas omnino neceſſarias eſſe & ab omnipotentis Creatoris voluntate nequaquam pendere. Etenim Deus corpora omnia totumque univerſum libere creavit & conſervat, eadem pro arbitrio deſtruere, annihilare, ubi voluerit iterum creare poteſt, ac proinde corpora omnia omneſque naturæ leges infinitæ Dei omnipotentiæ ſubordinantur. Sed hæc conferantur cum iis quæ de miraculis diximus in Metaphyſica, atque etiam cum dicendis deinceps de eſſentialibus corporum proprietatibus.

VI. Indirectus corporum conflictus ad directum revocari poteſt. Sint corpora duo ſphærica, A, B, quæ ex locis A, B eodem tempore exeant ſecundum directiones AC, BC, *Fig.* 22, ſitque velocitas corporis A ad velocitatem corporis B, ut AC ad BD. Deſcribatur parallelogrammum ABHC, ducaturque DH. Centro C, & radio corporum A, B ſemidiametris æquali deſcribatur arcus circuli, rectæ DH occurrens in L, l, agaturque LN parallela rectæ CA, itemque NR parallela rectæ CL; corporum duorum centra eodem tempore pervenient ad puncta N, R, tumque corpora ſe mutuo tangent; nam ex triangulorum ſimilitudine DN eſt ad NL, vel CR, ut DB ad BH vel AC, vel etiam ut velocitas corporis B ad velocitatem corporis A. Quare ſpatia BN, AR, eodem tempore deſcribentur, & corporum centra eodem tempore puncta N, R attingent. Quia vero recta NR æqualis eſt ſemidiametrorum ſummæ NR, evidens eſt corpora ſeſe contingere

gere ſibique occurrere. Jam ducantur BM, AQ perpendiculares ad NR, erunt corporum conflictus iidem ac ſi corpus A velocitate RQ, occurreret corpori B velocitate MN, ſecundum directionem NR. Etenim velocitates corporum A, B ſunt ut rectæ AR, B N. Præterea motus AR reſolvi debet in duos AQ, RQ, itemque motus BN reſolvitur in duos BM, MN; ſed motus AQ, BM, ſecundum directiones parallelas, nihil conferunt ad conflictum; quare corpora ambo in ſe invicem agunt non ſecus ac ſi occurrerent ſibi mutuo ſecundum directionem NR, cum velocitatibus RQ, MN. Itaque ex demonſtratis patet motus indirectos ad directos revocari, ideoque invenietur, ut ante, corporum velocitas poſt conflictum ſecundum hanc directionem; quo facto reperietur directio compoſita in hunc modum. Ponatur velocitas corporis A poſt conflictum = Rg, velocitas corporis B = Nn, ſitque Rq æqualis & parallela rectæ AQ, itemque Nl æqualis & paralella rectæ BM, compleanturque parallelogramma Rq Ag, Nl Bm, moveri pergent corpora A, B poſt conflictum per diagonales Rx, Nb, cum velocitatibus Rx, NB. Quoniam ergo motus indirectus ad directum revocatur, facile patet qua ratione conflictuum leges ad corpora utcumque elaſtica indirectis motibus in ſe invicem incurrentia transferri poſſint; varios caſus percurrere longius foret atque ſuperfluum.

VII. Ad conflictuum leges referuntur etiam quæ de corporum reflexione tractari ſolent. Sit MN *Fig.* 23. planum immobile in quod perpendiculariter incidat globus F omni elaſticitate deſtitutus, is poſt conflictum totam velocitatem amittet, ut ex dictis evidens eſt; cum nec in plano nec in globo quidquam ſit quod

H 3 glo-

globum determinet ad regressum; & præterea corporis progressum ipsa plani immobilitas non permittit. Adveniat globus oblique per AC, & ducta AD perpendiculari ad MN, complectoque rectangulo ADCF, motus per AC compositus intelligatur ex motibus AD, AF, quorum alter AD vel FC elidetur a plano MN, manebit autem alter AF vel DC, ac proinde globus excurret versus N, & æquali tempore percurret CE = DC, quæ erit ad AC ut cosinus anguli ACD ad radium. At si globus fuerit perfecte elasticus, in primo casu delatus per FC regredietur itidem per CF eadem velocitate qua advenerat, ut patet ex demonstratis de elasticitate perfecta. Si autem adveniat per AC, resoluto, ut ante, motu in motus duos AD, DC, vel FC, CE, globus progredietur per diagonalem rectanguli FC EB, in quo cum latera CE, EB, æquentur lateribus CD, DA, & anguli ad E, D, sint recti, patet angulum ACD qui dicitur angulus *incidentiæ*, æqualem esse angulo BCE qui angulus *reflexionis* appellatur. Si globus fuerit imperfecte elasticus & adveniat per FC, jam resiliet in F, ea scilicet velocitatis parte quæ per conflictum recuperatur, ita ut CF semper sit in data ratione vis restitutivæ ad vim compressivam. Tamdem si globus oblique adveniat per AC servata velocitate per CE & recuperata velocitatis parte per Cf vel Eb, resiliet per Cb, eritque angulus reflexionis ECb semper minor angulo incidentiæ ACD. Hæc omnia quæ ex motuum compositione & resolutione facile colliguntur, vera sunt dumtaxat si ponantur conditiones quædam, nempe si planum fuerit perfecte lævigatum, ita ut mutuus partium attritus nihil officiat. Præterea consideravimus corpora velut puncta, aut etiam ea sphærica esse

esse postulavimus, cum sphæræ in unico puncto sese tangant. Verum si diversas corporum figuras consideremus, res est sane ardua & sublimioris doctrinæ; at conflictuum leges exposuisse satis sit in corporibus sphæricis ex quibus vulgares conflictuum & elasticitatis effectus licet intelligere. Tandem monendum superest nullam nos habuisse rationem exiguæ compressionis quæ in ipso globorum conflictu contingit; compressio enim & reflexio fiunt per curvam quamdam, sed cum exiguus omnino sit tactus ille quo globi comprimuntur, hac de causa nihil turbantur collisionum regulæ quas quidem experientia confirmat.

VIII. Ex præcedentibus regulis pendet ludus trudicularis quem dicimus *trucco*, *billard*. In eo solemus ictus reflexos determinare per æqualitatem angulorum reflexionis & incidentiæ, id vero quibusdam exemplis explicare non abs re erit...... 1. Datis globulis duobus, P, G, *Fig.* 24. positione & magnitudine, per regulas præcedentes effici potest ut globulus G post unicam reflexionem pleno ictu percutiat globulum P. *Ictus plenus* dicitur, si linea jungens in conflictu globorum centra, sit in ipsa directione globi percutientis. Jam determinata sponda XT in qua fieri debeat reflexio, in ipsa tabula ducatur recta spondæ parallela, ita ut spondæ & paralellæ intervallum globuli unius semidiametro æquale sit. Ex centro P globuli feriendi agatur ad RV perpendicularis indefinita PL, sumaturque FL = FP. Jam si globulus G recta via versus L dirigatur, hic post unicam reflexionem in N pleno ictu percutiet globulum P; quod quidem facile demonstratur. Nam ducta LN, manifestum est centro globuli perveniente ad N, ejus superficiem ad spondam pervenire illamque tangere, ictuque suo

reflexionem in globulo producere, ita ut centrum regrediatur in P, efficiendo angulum reflexionis æqualem angulo incidentiæ; nam triangula rectangula PNF, FNL sunt æqualia, ob latus commune FN, & latera FP, FL per constructionem æqualia. Ergo angulus FNP = FNL; sed angulus FNL = GNV, quare cum sit GNV angulus incidentiæ, & PNF angulus reflexionis, globus G post reflexionem in N percutiet globulum P in directione NP per centrum transeunte. Quia vero quatuor sunt in tabula trudiculari spondæ, evidens est quatuor modis rem perfici posse .....

2. Datis duobus globulis, A, B, positione & magnitudine, pleno ictu feriri potest globulus B post duplicem reflexionem. Etenim determinatis spondis duabus XT, XM, in quibus faciendæ reflexiones proponuntur, ducantur parallelæ RV, RO quarum distantia a sponda sit globulorum semidiametro æqualis; ex centro B globuli feriendi demittatur perpendicularis Bl ad primam spondam XT, sumaturque f = fB. Ex puncto l. ad rectam RO productam in D ducatur perpendicularis l E, sumaturque DE = Dl. Deinde recta dirigatur globulus A versus E, hic pleno ictu feriet globulum B post duas reflexiones in C & n, ut patet ex demonstratione præcedenti. Si autem tres vel quatuor reflexiones proponantur, eadem operatio iterari debet. E. G. Si globulus A ponatur in L, evidens est rem obtineri posse hoc modo. Invento puncto E secundæ reflexionis, ducatur EH perpendicularis ad ST productam in H, sitque ST parallela spondæ & ab ea distet intervallo quod globi semidiametro æquale sit; sumatur HI = HE, globusque L recta dirigatur versus I, obtinebuntur tres reflexiones in K, C, N; .... 3. Datis

tis duobus globulis A, B *Fig.* 25. impelli potest globulus A versus punctum datum C, & mitti in cavum datum C, atque etiam globuli B via post ictum invenietur. Per centrum cavi vel per punctum datum C & per centrum globi A ducatur recta indefinita CO, occurrens in I superficiei globuli cavo oppositæ. Sumatur IE = AI agaturque per E recta indefinita DG perpendicularis ad CE. Jam si globus recta via dirigatur ad E, hic impellet globum A secundum directionem AC, & post conflictum progredietur per EG. Etenim si per punctum I ducatur IY parallela DG, evidens est rectas illas inter se distare intervallo semidiametri globi B, ideoque globus ille adveniens in E tangit globum A in I illumque impellit secundum directionem EI quæ transit per punctum C (ex constructione). Quia vero globus A quiescit ante conflictum, & globo B æqualis est, vis relativa qua globus B ipsum A offendit, & expressa per OE perpendicularem ad DG & ipsi BD æqualem, tota extinguitur per conflictum; globo B superest dumtaxat vis secundum BO parallelam DE vel IY, ac proinde post conflictum globulus B abit per EG....

4. Datis duobus globulis H, F, positione & magnitudine, effici potest ut globulus F post varias, ut libuerit, reflexiones globulum H impellat secundum directionem HK, vel mittat in cavum K, atque etiam invenietur directio globuli F post conflictum. Per punctum K & per centrum H globuli ducatur recta indefinita KM, superficiei globuli puncto K oppositæ occurrens in S. Fiat SB æqualis SH, ducaturque PQ perpendicularis ad KP, mittaturque, ut ante, globulus F ad punctum P, post plures, ut libuerit, reflexiones jam globus F impellet globum H versus K ut patet, & globulus F

ut in casu præcedenti post conflictum progredietur per rectam PQ. Eodem fere modo effici potest ut globus H in dato puncto S feriatur post datum quemlibet reflexionum numerum, atque inveniri poterit utriusque globi directio post conflictum. Nam per punctum datum S & per centrum H ducatur recta indefinita MSK, erit SK directio globuli H post conflictum; sumatur ST æqualis SH, & post varias pro arbitrio reflexiones, centrum globi F mittatur in P, tunc globus F tanget globum H in puncto dato S, & deinde per directionem PQ progredietur. Hæc dicta sint de subtilioribus ludi trudicularis legibus; neque enim dedecet religiosos studiososque viros ad moderatam animi relaxationem honestos ludos adhibere; mens enim citra culpam & innoxie recreata vires acquirit atque ad sua officia alacrior redit.

IX. Ex his omnibus quæ in toto præsenti capite explicavimus nascitur quæstio de *viribus vivis* magna animorum contentione agitata ubique gentium. Leibnitius occasione arrepta ex corporum ascensu uniformiter retardato hanc controversiam primus invexit, quam deinde corporum elasticorum collisione aliisque plurimis argumentis tueri conati sunt magni quidem viri. Cum videret Leibnitius corpus dupla vel tripla velocitate projectum sursum ascendere ad altitudinem quadruplo vel noncuplo majorem, censuit distinguenda esse bina virium genera; illarum scilicet quæ etiam sine motu habentur, ut est vis gravitatis, vis elastica quæ meram pressionem gignunt ubi oppositis viribus impeditur motus; has vires idcirco vires *mortuas* appellavit, quo nomine eas secernere voluit a viribus in corpore motum aliquem habente admittendis, quarum effectus sit ut velo-

locitatis quadratum, easque idcirco vires *vivas* nominavit. Eamdem virium distinctionem ex corporum elasticorum collisione confirmant Leibnitiani; cum enim in globis elasticis in se invicem utcumque incurrentibus, productum ex quadrato velocitatis in massam idem inveniatur post collisionem, quod erat ante, inde inferunt in corporibus esse aliquid quod respondeat massis ductis in quadrata velocitatum, quod illæsum remaneat, & ab uno corpore in aliud transeat, vim scilicet vivam quæ perpetuo conservatur. Mirum sane quam multas hæc quæstio contentiones excitavit, aliis vires vivas æstimantibus ex massa & simplici velocitate, aliis ex massa & velocitatis quadrato. Pro quadrato velocitatis Leibnitiani omnes in Germania steterunt, pro simplici velocitate Carthesiani in Gallia, Nevvtoniani in Anglia, apud Italos divisa studia. Verum quamvis inter celeberrimos viros etiamnum hodie acrius ferveat philosophica lis illa, eam tamen in solo nomine positam esse mihi facile persuadeo. Et quidem in memoriam revocandum est quod sæpe sæpius monuimus, vis nomen ambiguum omnino esse, nullamque distinctam notionem habere nisi effectum aliquem intelligamus. Itaque vis nomine nihil aliud clare significari potest nisi illa proprietas qua fit ut corpora ad motum concitata, vel obstacula superent vel iis resistant. Quo major est superata obstaculi alicujus resistentia, eo major censetur vis, quo quidem vocabulo nulla entitas corpori inhærens intelligi debet, sed merum factum seu effectus. His jam explicatis, corporum motibus opponi possunt tres obstaculorum species. Vel enim insuperabilia sunt obstacula ita ut omnem qualemcumque destruant motum; vel obstacula eam dumtaxat præbent resistentiam quæ ad

extinguendum corporis motum ſatis ſit, illumque ſtatim extinguit, ut fit in æquilibrio; vel tandem obſtacula paulatim & per gradus motum deſtruunt, ut fit in motu retardato. Quia autem obſtacula inſuperabilia motum omnem ſiſtere valent, ad corporum vires æſtimandas nihil conferre poſſunt; itaque ſupereſt ut virium menſuram aut in æquilibrio aut in motu retardato inveſtigemus. Quod æquilibrium ſpectat, motus quantitates æquales eſſe conſentiunt omnes, ac proinde vires in hoc caſu ex ſola velocitate æſtimandas eſſe fateantur neceſſe eſt. Neque etiam repugnat in motu retardato vires ex motus quantitate æſtimari. Etenim ſi vis nomine intelligatur reſiſtentiarum ſumma quam obſtacula quælibet corporum motibus afferunt, jam nulla difficultas eſſe poteſt; & quidem evidens eſt quantitatem motus amiſſam tempore infiniteſimo eſſe ut productum ex reſiſtentia in tempus infiniteſimum, ac proinde reſiſtentia tota eſt ut productorum illorum ſumma, ſive ut tota quantitas motus amiſſa. Porro virium notioni convenientiſſimum eſt vim corporum hoc modo æſtimare; nullam enim obſtaculi ideam habemus, niſi quatenus reſiſtit, ac proinde reſiſtentiarum ſumma ſive quantitas motus amiſſa quæ eidem reſiſtentiæ proportionalis eſt, conſiderari poteſt tamquam obſtaculum ſuperatum, ac proinde vires vivæ hoc modo conſideratæ ex producto maſſæ in velocitatem æſtimari debent. At ſi nomine vis vivæ intelligatur alter effectus, puta numerus obſtaculorum quæ ſuperantur, jam alia prodit virium menſura. Etenim ponamus globum aliquem projici in elaſtrorum ſeriem velocitate duplo, triplo majori; in primo caſu elaſtrorum compreſſorum numerus erit quadruplo major, in caſu ſecundo erit major noncu-

plo

plo, & ita deinceps, quod facile patet; nam quo majus est spatium percursum, eo major est elastrorum quæ in spatio continentur, numerus, ac proinde numerus elastrorum est ut spatium percursum, hoc est, ut quadratum velocitatis. Itaque patet totam quæstionem huc revocari, an vires vivæ æstimari debeant ex primo vel secundo effectu, nempe ex ipsa resistentiarum summa vel ex ipso obstaculorum numero. Præterea observandum est effectum aliquem majorem longiori tempore produci. Ita si diversis velocitatibus in exemplo præcedenti projiciantur globi contra plura elastra, globus qui dupla velocitate projicitur, quatuor elastra comprimit, sed longiori tempore scilicet duplo, ac proinde mirum non est quod dupla velocitas tempore duplo effectum quadruplum producere debeat. Pari ratione corpus sursum projectum velocitate duplo majori ad quadruplam altitudinem ascendit, sed tempore duplo. Hæc ergo altera est quæstionis ambiguitas, an scilicet in virium effectibus æstimandis haberi debeat ratio temporis vel non; hæ autem considerationes ex Physicorum arbitrio omnino pendent. Hac facta distinctione & accurate constituta virium definitione, jam omnibus quæ proponi solent, argumentis statim parata est responsio. Neque immorandum est principio quod *virium vivarum conservationem* appellant; nempe in globorum elasticorum conflictu productum ex quadrato velocitatis in massam invenitur idem ante & post collisionem. Principium illud ex sola elasticitatis natura atque ex actionis & reactionis æqualitate unice pendet. Et quidem si globi non fuerint perfecte elastici velocitatum quadrata ac proinde & vires vivæ non servantur. Hanc quæstionem *logomachia* laborare non solum demonstrant ratiocinationes jam explicatæ,

tæ, ſed magis ac magis manifeſtum fiet, ſi rem ita conſideremus; nempe corpus vel tendit dumtaxat ad motum obſtaculo aliquo impeditum, vel revera movetur velocitate uniformi, vel tandem illius motus obſtaculo aliquo retardatur ac tandem omnino extinguitur; in his omnibus caſibus diverſus eſt effectus a corpore productus, corpori tamen nihil novi accedit, ſed illius actio dumtaxat varie applicatur. Itaque dum dicitur vim corporis in certis caſibus eſſe ut velocitatem, in aliis ut quadratum velocitatis, nihil aliud ſignificatur niſi effectum in quibuſdam caſibus eſſe ut velocitatem, in aliis autem ut quadratum velocitatis; atque etiam probe notanda eſt *effectus* ſignificatio quæ ut plurimum vaga eſt & definitione indiget. Et quidem in tribus enuntiatis caſibus effectus vocabulum diverſam habet ſignificationem; in primo caſu ſolam tendentiam exprimit; in ſecundo ſpatium dato tempore deſcriptum & conſtans deſignat; in tertio tandem caſu ſpatium uſque ad motus totius extinctionem percurſum denotat; in his autem caſibus ſingulis nulla habetur ratio temporis quo actio conſumitur. Accurate ergo notandum eſt corporis *tendentiam* ad motum prout eſt diverſimode applicata, varios producere effectus, quorum alii ſunt velocitati, alii autem velocitatis quadrato proportionales. Ex his patet quo ſenſu intelligi debeat vulgatiſſimum axioma: *cauſæ ſuis effectibus ſunt proportionales*: obſcure quidem enuntiatum eſt axioma illud, cum eadem cauſa diverſos effectus producere valeat. Igitur ita reſtringi debet hæc propoſitio, ut nempe effectus cauſis ſuis proportionales ſint, ſi cauſæ eodem modo agant; quod quidem probe obſervandum eſt; perſæpe enim fit ut principium illud quod eſt omnino inutile vel ſaltem vago modo expreſ-

preſſum, incautos Philoſophos in paralogiſmos adducat. Hæc ſatis dicta ſint de celeberrima controverſia, quæ licet ſuperflua omnino & inter *logomachias* rejicienda videatur, præſtantiſſimis utiliſſimiſque operibus occaſionem dedit.

APPENDIX.

De quibuſdam capitis præcedentis utilitatibus.

I. DE corporum deſcendentium motu uniformiter accelerato in præcedenti capite ſermonem habuimus. Ex demonſtrata accelerationis lege ſtatim intelligitur quantus debeat eſſe corporis ex alto delapſi impetus, quem quidem maximum eſſe oportet in minimo etiam corpore, dummodo tamen maxima ſit deſcenſus altitudo. Hic igitur prætermittendum non eſt luculentiſſimum divinæ providentiæ argumentum; cum enim minimæ aquæ guttulæ, leviſſimique nivis flocculi aut grandinis globuli ex alto cælo delabantur, duriſſimas etjam cervices noſtras tanta vi facile frangerent, niſi Deus optimus maximus, oppoſita aeris reſiſtentia, noſtræ conſervationi providere voluiſſet. Maximam fluidarum particularum percuſſionem vulgatiſſimo experimento exhibere ſolent Phyſici. Tubus vitreus aliqua ex parte aquam continet, pars autem ſuperior aere vacua eſt; tubus hoc modo comparatus manu agitatur ita ut aqua ad partem tubi ſuperiorem aſcendat & deinde in fundum recidat. Aqua fundum percutiens minima licet quantitate & ex minima altitudine, lapidis ictum ſonumque imitatur, atque tubus paulo vehementiori manu ſuccuſſus in fruſta diſſilit, qui vix leviſſimum ictum excipit, ſi aerem contineat. Id autem, oblata occa-

occasione pro religioso institutionum nostrarum fine breviter observatum sit.

Quamvis autem tales nobis proponamus erudiendos auditores qui non armorum strepitum, sed religionis pacem amare debent, explicatæ tamen doctrinæ in arte *ballistica* sive *tormentaria* utilitatem exponere licebit. Sit AL altitudo ex qua grave descendens, velocitatem acquireret projectionis velocitati æqualem; tempore quo grave descendit per AL, *Fig.* 26, percurreret motu uniformi spatium duplum ipsius AL, puta AI. Erit autem, ex antea demonstratis EQ ad AL ut quadratum temporis per EQ, quod idem est ac tempus motus æquabilis per AE, ad quadratum temporis descensus per AL, quod idem est ac tempus motus æquabilis per AI, ideoque ut quadratum AE ad quadratum AI, sumptisque AL, AI, AV, continue proportionalibus, hoc est, sumpta AV quadrupla ipsius AL, erit rectangulum ex AL, AV æquale quadrato ipsius AI, ac proinde ductis extremis & mediis habetur $EQ \times AL \times AV = AL \times AE^2$ sive $EQ \times AV = AE^2$, & $AV : AE = AE : EQ$; quare rursus patet gravia horizontaliter vel oblique projecta parabolam describere. Ex hac demonstratione tota pendet ars ballistica, atque ad facilem usum comparari poterunt tabulæ quarum ope data vi pulveris pyrii, datisque loci feriendi distantia & altitudine invenietur elevatio *Mortarii*, sive quod idem est, angulus quem directio globi tormentarii efficit cum horizonte.

Nihil hac in re brevius & elegantius legitur quam quod tradidit D. De Maupertuis in Mon. Paris. an. 1731. hoc fere modo; rem analytice exprimamus. Sit $AE = t$, $EA = z$, $AL = a$, ideoque $AV = 4a$, erit $EA \times AV = 4az$, & $AE^2 = t$, ac proinde habetur æquatio ad pa-

parabolam $t^2 = 4az$. Jam vero parabola AQ ad lineam horizontalem AB facile refertur. Linea *Jactus* AE, ut vocant, sive directio mortarii cum horizonte AB, datum efficit angulum cujus tangens dicatur, n, sitque AH = x, PM = y; sumpto AH pro radio = 1, erit AH ad HE ut radius ad tangentem, ac proinde HE = nx. Igitur EQ = EH — QH = nx — y, & $AE^2 = AH^2 + HE^2$, hoc est, tt = xx + nn xx. Quare si in prima æquatione tt = 4az, loco tt & z, substituantur præcedentes valores, habebitur nn xx + xx = 4nax — 4ay. Jam hujus formulæ usum consideremus. Data sit distantia horizontalis loci feriendi AC = b, ejus altitudo CP = c, in præcedenti æquatione erit x = b, y = c. Quare mutabitur in hanc nn + bb = 4nab — 4ac. Hinc per radicum extractionem & vulgares æquationum regulas facile invenitur directio mortarii

$n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b}\sqrt{4a^2 - 4ac - b^2}$, ubi signum $\pm$ designat signum positivum vel negativum, ac proinde patet duplicem esse posse mortarii directionem. Etenim sive adhibeatur signum + sive , restitutis quadratis, eadem redit æquatio. Si locus P, sit in horizonte; jam evanescit PC, ideoque $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b}\sqrt{4aa - bb}$. Si locus P, sit infra C, erit $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b}\sqrt{4aa - 4ac - bb}$. Si data sit directio mortarii, erit, $a = \frac{nn\,bb + bb}{4nb - 4c}$; quare invenietur velocitas *projectionis*, seu vis pulveris pyrii. Itaque patet ad usum ballisticæ artis faciles expeditasque tabu-

tabulas imperitis etiam militibus parari posse ope hujus formulæ, quæ quidem ipsa sola continet quidquid in magnis voluminibus scriptum invenitur, atque eam ob causam prætermittere nolui hoc elegantissimum problema ex primis algebræ principiis facile intelligendum. Cæterum in doctrina ballistica hactenus explicata nullam aeris resistentis habuimus rationem, quam expertissimi quidam viri considerandam esse affirmant, alii vero negant. Quare in hac inter peritissimos etiam viros opinionum varietate, nova experimenta diligentius iteranda esse censeo. Porro hoc quidem certissimum est resistentiam maxime minui, si globus missilis sub exiguo volumine maximum pondus contineat, ac proinde in hoc casu experimenta ad doctrinæ veritatem magis accedunt.

II. In hoc ipso capite pendulorum doctrinam explicavimus; hæc autem est maxima pendulorum utilitas ut accuratam exhibeant temporis mensuram. In motu quærendam esse temporis mensuram demonstravimus in Metaphysica. Si motus sit uniformis, spatii descripti partem accipimus pro unitate & deinde æquales ejusdem spatii partes consideramus. Tempus quod hoc modo per motum uniformem metimur, tempus *medium* & *uniforme* appellamus; at tempus *apparens* & *verum* dicitur externa quælibet & sensibilis per motum temporis mensura, qua vulgus vice veri temporis utitur, ut hora, dies, mensis, annus. *Æquatio temporis* vocatur differentia inter tempus verum & tempus medium. Æquabilem censent Astronomi diurnum communem motum, qui ex diurna terræ revolutione circa proprium axem oritur; at inæquale est temporis intervallum inter binos appulsus solis ad meridianum; illud autem temporis intervallum *diem astronomicam* vocant:
Sit

Sit S, Sol *Fig.* 27, AB, portio orbitæ telluris, linea, MD, repræsentet meridianum aliquem, cujus planum productum transit per centrum solis, dum tellus versatur in A. Progrediatur deinde tellus in sua orbita per arcum AB ad B, interea dum completur una telluris revolutio circa axem; completa revolutione meridianus, MD, perveniet ad situm, md, priori, MD, parallelum, ideoque meridianus in hoc statu nondum per solem transit, neque incolis qui sub meridiano illo degunt fiet meridies, sed oportet ut meridianus, dm, motu angulari feratur describatque angulum dBf, donec meridiani planum per centrum solis transeat. Exinde fit ut dies solares una telluris revolutione circa axem longiores sint.

Si meridianorum plana ad orbitæ terrestris planum normaliter insisterent, & tellus æquabili semper motu orbitam suam percurreret, post peractam a meridiano aliquo revolutionem, ob md, MD, parallelas, angulus, dBf, esset æqualis angulo, BSA, & arcus, df, similis arcui AB, atque, ob tempora semper æqualia, arcus AB, ac proinde angulus, dBf, esset sibi semper æqualis, ideoque dies omnes solares æquales essent, tempusque apparens cum medio congrueret. At res longe aliter se habet; inæqualis enim est telluris velocitas, quæ in motu annuo est reciproce ut perpendiculum ad tangentem demissum, ex antea demonstratis. Præterea meridianorum plana non sunt ad eclipticam, sed ad æquatorem normalia. Sola hæc causa, dempta etiam terrestris motus inæqualitate, dierum inæqualitatem produceret; nam ecliptica efficit cum æquatore angulum $23^{\circ} \frac{1}{2}$; si autem dividatur ecliptica in exiguos arcus æquales qui solis iter, posito ejus motu uniformi, singulis diebus re-

præ-

præsentent, ductis per polos mundi, & per singula divisionum puncta circulis meridianis, æquales non sunt æquatoris arcus his meridianis comprehensi, ac proinde nec æquale semper est temporis intervallum inter binos appulsus solis ad meridianum. Hic autem pro commoditate majorique facilitate, modo telluris, modo solis motum adhibemus; res enim perinde se habet quoad motum apparentem.

Quæ cum ita sint, etiamsi fingamus solem uniformi motu in ecclíptica progredi, non tamen per binos appulsus solis ad meridianum definiri potest tempus medium. Itaque adhibent Astronomi fictitios quosdam dies inter se æquales, & inter longiorem, brevioremque diem medios; quod ut efficiant, numerum horarum quibus sol in ecclíptica defertur, considerant, tempusque totum in tot dividunt partes quot sunt horæ, quarum 24 diem integram constituunt. Quoniam autem nullum novimus in natura corpus, quod motum perfecte æquabilem conservat, qui tamen motus solus idoneus est ad dies, horasque æquales connotandas, fingunt Astronomi aliquod sidus quod in æquatore versus orientem semper incedat, & motum suum nusquam intendat aut remittat, sed uniformiter æquatorem percurrat eodem tempore, quo sol eclipticam videtur describere. Talis sideris motus tempus æquale & verum repræsentabit, ejusque motus in æquatore diurnus esset 59 8" qualis scilicet est medius solis motus in ecclíptica, ac proinde dies æqualis & medius per appulsum hujus sideris ad meridianum definitus, æqualis erit tempori quo tota circumferentia æquatoris, seu gradus 360 per meridianum transeunt, & insuper 59'8'; hoc autem additamen-

mentum idem ſemper manet, ac proinde dies omnes medii inter ſe æquales erunt. Cum ergo ſol inæqualiter ſecundum æquatorem orientem verſus promoveatur, aliquando citius hoc ſidere meridianum attinget, aliquando ſerius ad eumdem appellet. Hæc differentia ea ipſa eſt quam *temporis æquationem* appellavimus; hac autem aliquando ablata, aliquando addita, evidens eſt tempus medium revocari ad verum, & viceverſa verum ad medium. Porro hæc æquatio excurrit per 31 partim hinc, partim inde, ita ut inæqualitatum omnium ſumma quadrantem horæ ſuperet dimidio minuto. Itaque dierum aſtronomicorum inæqualitatem explicavimus.

Ejuſdem generis inæqualitas habetur etiam inter binos appulſus ad horizontem, quod temporis intervallum diei italicæ durationem definit; ſed in hac temporis menſura, multo major eſt inæqualitas ob multo majus diſcrimen inclinationis eclipticæ ad horizontem. Hic apud nos Romæ horum dierum tanta eſt inæqualitas ut tres horas ſuperet, atque inde fit ut horologium quod æquabili motu feratur, accurate referre non poſſit per totum annum nec aſtronomicas & communes Europæ horas, nec Italicas, ſed accelerari debeat identidem & retardari, vel index jam promoveri, jam retrahi; ſed hoc incommodum in communi Europæ horologio multi minus eſt quam in Italico. Hic autem, data occaſione prætermittenda non eſt ſæpius renovata ab imperitis hominibus controverſia de horologii Italici cum Aſtronomico conſenſu, & de hora meridiei quæ in hoc ſtabilis eſt, in illo variabilis; dierum inæqualitatem non perpendunt hi pertinaciſſimi viri, quod indoctorum hominum vitium eſt, & ab infantia

tia ipsas horas consideraruntt tamquam certam quamdam & constantem mensuram quæ 24 vicibus repetita diem compleat. Inde autem fit ut crasse errent & in conciliandis italicis astronomicisque horis sese varie implicent. Illud tandem adjiciendum, stellarum fixarum regressum ad meridianum & ad quemvis cælestis sphæræ circulum eodem quam proxime fieri tempore quo diurna revolutio peragitur; cum stellæ proprios motus perquam exiguos habeant, ita ut in singulis conversionibus discrimen ab æquabili diurni motus intervallo sensum omnem penitus effugiat; sed motus illos deinde explicabimus in Astronomia. Explicata temporis æquatio non solum adhibetur ab Astronomis, sed etiam ad ordinanda in usu civili horologia usurpatur. Hinc intelligitur qua de causa pendulum quod tempus medium demonstrat, non consentiat cum sole qui tempus verum indicat, sed modo citius eat, modo tardius. Eadem de causa mirari minime debemus quod horologia etiam affabre elaborata cum horologiis solaribus non conveniant; hinc *solem dicere falsum* audent Astronomi. Hæc pauca indicasse satis sit; quæ subjecto Tyronum oculis terrestri vel cælesti globo debent explicari.

III. Horologia pendulis instruere primus omnium docuit Hugenius in opere immortali: *De horologio oscillatorio*; quod quidem præclarissimum inventum eximiam hujus capitis utilitatem satis demonstrat; pauca igitur de horologiorum structura & ex præcedentibus facile colligenda hic adjungam. Pendula horologiis ita communiter aptari solent. Rota quam vocant *occursus* horizontaliter volvitur ac proinde *librator* supra rotam extenditur, ejusque *pinnæ* duæ quarum plana angulum rectum comprehendere solent, ita denticulis inseruntur, ut pin-

pinna altera denticulo impellatur, dum opposita a suo denticulo se eximit; id autem facile obtinetur, si rota numerum imparem denticulorum habeat, & libratoris axis per centrum rotæ transeat. Facilitatis ergo consideremus horologium duabus tantum rotis instructum; prima seu inferior rota 120 denticulos habere ponatur eaque duas circulationes intra horam fingatur absolvere; hæc ergo æquivalebit rotæ denticulorum 240. Secunda rota habeat rotulam denticulorum 5; dum quinque denticuli majoris rotæ transeunt, unam circulationem secunda rota absolvet. Jam per divisionem inveniendum est quoties quinarius numerus contineatur in 240, *quotiens* erit 48; quare intra horam, secunda rota circulationes 48 absolvet. Ponatur autem secundam rotam constare 35 denticulis quorum quilibet duas vibrationes efficit, cum bis libratorem attingat; quare singulis circulationibus efficiet vibrationes 70. Jam multiplicetur numerus 70 per 48, habebuntur 3360 vibrationes simplices intra horam. Calculus perinde se habet, si eadem manente rota inferiori 120 denticulorum, mutentur rotula & secunda rota. Itaque prima rota sit denticulorum 120 quæ duas circulationes intra horam efficiat, ideoque æquivaleat rotæ denticulorum 240; rotula secunda sex habeat denticulos; dividatur numerus 240 per 6, quotiens erit 40; quare secunda rota quadragesies intra horam rotatur; habeat autem denticulos 45; & quia, ut jam dictum est, denticulus quilibet singulis circulationibus bis libratorem attingit, duplicetur is numerus, fientque 90, quæ multiplicentur per 40 & habebuntur vibrationes simplices intra horam 3600, hoc est, vibratio quælibet simplex minutum secundum æquabit.

Si-

Simili ratione initur calculus pro alio quolibet rotarum numero. Instructum ponatur horologium rotis tribus quarum prima dentes 112 habeat, secunda rotula dentes 7, rota secunda 60; rotula seu axis tertiæ rotæ habeat denticulos 8, rota occursus 15, hoc modo habebitur vibrationum numerus. Dividatur 112 numerus denticulorum primæ rotæ quæ singulis horis semel circumvolvitur per 7, nempe axem secundæ rotæ, invenietur rotam secundam intra horam decies sexies circumvolvi; habet autem hæc rota denticulos 60; quare multiplicentur 16 per 60, invenientur 960; ideoque intra horam 960 denticuli rotæ secundæ transeunt, qui numerus dividendus est per 8, axem tertiæ rotæ, quæ proinde 120 circumvolutiones absolvet. Habet autem hæc rota 15 denticulos qui vibrationes simplices 30 perficiunt; quare multiplicentur 30 per 120, invenientur vibrationes simplices 3600, quarum una minuto uni secundo æquivalebit.

Ex his omnibus intelligitur praxis horologiorum artificibus vulgatissima; quærunt scilicet numeros qui exprimunt quoties numerus dentium rotæ alicujus denticulos rotæ alterius contineat; illos autem numeros *exponentes* vocant. Itaque ex demonstrata pendulorum doctrina determinari debet numerus vibrationum penduli dati, quo tempore rota aliqua circulationem unam absolvit; quod quidem facile habetur, cum sit numerus vibrationum dato tempore peractarum in ratione subduplicata inversa longitudinis penduli. Numerus vibrationum inventus dividatur per 2, quotiens erit productum ex omnibus exponentibus; sive quod idem est, duplum productum ex singulis exponentibus æquatur numero vibrationum penduli, durante una rotæ inferioris revolutione,

ut

ut ex dictis evidens est. Itaque si construendum proponatur pendulum aliquod rotis instruendum, primo notum esse oportet numerum vibrationum penduli, quo tempore rota una suam circulationem perficit; tempus illud ponatur unius horæ, pendulumque ad minuta secunda suas oscillationes componat, ita ut singulæ vibrationes sint minuti unius secundi, seu pars $\frac{1}{3600}$ unius horæ. Itaque interea dum rota semel circumvolvitur, pendulum absolvet vibrationes 3600, qui numerus erit duplum productum ex singulis exponentibus. Quare si exponentes dicantur r, s, t, erit $3600 = 2rst$, ac proinde $1800 = rst$. Quia vero exponentes r, s, t sunt quantitates indeterminatæ, patet id effici posse ut nempe rota occursus eumdem circulationum numerum dato tempore conficiat, mutatis rotarum axiumque dentibus, dummodo productum ex singulis exponentibus idem maneat. E. G. Ponamus horologium pluribus instructum rotis quarum una denticulos habeat 48, dentibus 8 donata sit rotula cujus axi affixa sit rota dentibus 40 instructa, habeatque rotula dentes 6, & illius axi inseratur rota dentium 36, quæ cum rotula dentium 6, connectatur; cum hac rotula jungitur tympanum vel rota occursus, numerus circulationum rotæ occursus, intereadum prima rota circulationem unam absolvit, erit $\frac{48}{8} \times \frac{40}{6} \times \frac{36}{6} = 240$; Si autem alii adhibeantur numeri $\frac{64}{10} \times \frac{50}{8} \times \frac{36}{10} = 240$, alia prodit rotarum series priori æquivalens. Ex his paucis derivari possunt plurima ad praxim utilissima. Cæterum unusquisque facile intelligit explicatam rotarum combinationem non solum valere in majoribus horologiis pondere appenso sollicitatis, sed etiam in horologiis

portatilibus quæ elaſtro aliquo moderantur. Hæc autem omnia ſubjecto auditorum oculis horologio exponi debent.

CAPUT II.

De extenſione & reliquis inde pendentibus corporum proprietatibus.

SUB duplici ratione conſiderari poteſt extenſio, vel quatenus eſt *ſenſibilis* ſeu, *phyſica*; vel quatenus eſt notio *abſtracta* ſeu *metaphyſica*. Extenſio primo modo conſiderata, eſt effectus certa corporum actione in organis corporeis productus, quo fit ut corporum ſuperficies tactu percurſæ, plures a ſe invicem diverſas partes ſeu varias partium diſtantias nobis repræſentent. Extenſio conſiderata quatenus eſt notio *abſtracta*, eſt ipſa notio materiæ a qualitatibus ſenſibilibus, & quibuſcumque limitibus per mentem ſeparatæ. Hæc altera extenſionis ſpecies ad Metaphyſicam proprie pertinet & ſpatii *imaginarii* nomine generatim venire ſolet. Si autem ſpatium undequaque expanſum certis corporum diſtantiis, atque intervallis reſtringamus & limitemus, ſpatium illud determinatum dicitur *vacuum*. Itaque duplex extenſio rurſus intelligi poteſt, *penetrabilis* & *impenetrabilis*. Extenſio penetrabilis, ſeu vacuum, illa eſt quæ corpora admittit; impenetrabilis autem vel *ſoliditas* quæ corpora excludit. Evidens autem eſt *figuram* nihil aliud eſſe quam diverſam partium extenſionem diverſumque ordinem, ac proinde ad idem caput referri poteſt corporum *figurabilitas*. Quare totum caput illud in quatuor articulos dividemus. 1. Erit de extenſione penetrabili. 2. De impenetrabili. In 3. de corporum figurabilitate differemus.
In

In 4. tandem explicatis octo universalibus corporum proprietatibus, de corporis natura ultimum articulum adjungemus.

ARTICULUS I.

De extensione penetrabili.

I. CErtissimum est nullam extensionis etiam penetrabilis notionem sine corporum interventu, sine tactu & motu nos acquirere. Etenim fingamus hominem sensuum omnium facultatibus præditum, qui tactus organum in unicam duntaxat materiæ portionem sine ullo motu exercuerit, extensionis notione careret talis homo, eamque acquirere inciperet, ubi primum moveretur. Et re quidem ipsa, corporis alicujus extensionem non cognoscimus, nisi tactus organo ipsam corporis superficiem continue & successive percurramus. Neque satis est ipsam corporis superficiem moveri, interim quiescente organo, ipsum quoque organum moveri necessum est. Etenim per motum extra propriam existentiam, ut ita dicam, erumpimus, objecta externa agnoscimus, illorum dimensiones, distantias novimus. Ad extensionis notionem ita necessario pertinet motus, ut existente etiam unica atomo, extensionis notionem possemus acquirere, si tactus organum moveretur & successive ab illa atomo in diversis punctis afficeretur; etenim organi motus, & *impressionis successivæ* continuitas ipsam atomum veluti multiplicant atque extendunt.

Re quidem vera extensionis sensatio per visus organum nobis etiam advenit, oculus amplissimum spatium ad quod tactus non pervenit, longe lateque amplectitur, instrumento-

rum ope maximas etiam objectorum distantias metitur. Verum id fieri non potest, nisi oculus tactu fuerit edoctus, quod quidem demonstrat exemplum cæci nati qui ablata cataracta oculorum usum acquisivit. Hanc historiam narravimus & explicavimus in Metaphysica, ubi de extensionis & spatii notione plura tradidimus. Id ergo compertum est, sine tactus exercitio, nullum de objectorum dimensionibus, formis, distantiis, extensione fieri posse judicium. Neque extensionis ideam formare quis posset, etiamsi objectorum imagines in fundo oculi delineatas moveri fingamus; hi enim apparentes motus, simplici *successionis* notioni originem præberent, non secus ac faceret tonorum vel odorum series, quæ successive auditus vel olfactus organa afficeret; sed nulla motus realis ac proinde & extensionis notio nasci posset. At tactus organum in ipsam materiam immediate agit, dimensiones formasque corporum sentit, & quandam experitur resistentiam quam ad aliquid extra nos existens referre cogimur,

II. Quamvis extensionis notio ex ipsa corporum existentia ducat originem, immerito tamen inde colligeretur, nullam esse extensionem corpore vacuam seu penetrabilem. Hac de re magno animorum æstu in scholis disputatur. Vacui existentiam negabant Peripatetici, possibilitatem negant Cartesiani. Ab utraque tamen Philosophorum secta longe differunt Leibnitiani, qui nullam *realem* extensionem admittunt, sed extensionem quamlibet velut merum *phænomenum* rerumque coexistentium ordinem arbitrantur. Hanc opinionem quam in Metaphysica jam explicavimus, variis in locis opportune revocabimus. Porro licet sensuum testimonio circa hanc quæstionem nihil omnino de-

definiri possit, vacuum tamen existere ostendunt rationes validissimæ. Ad præsentem articulum pertinent conclusiones duæ.

CONCLUSIO I.

Validissimis rationibus probatur vacuum.

I. Fingamus nullum existere vacuum; corpora omnia sunt æqualiter plena, seu eamdem materiæ quantitatem continent sub eodem volumine, quod quidem fateri coguntur qui vacuum negant. Demonstravimus autem pondera quantitatibus materiæ proportionalia esse; igitur sub eodem volumine idem pondus habent corpora singula quæ proinde forent ejusdem gravitatis specificæ; sed absurdum est aurum levissimamque plumam ejusdem dici gravitatis specificæ; diversissimas corporum gravitates specificas, ideoque & vacuum demonstrant experimenta.

II. In Physica notissimum est jam antea a nobis descriptum experimentum, quo nempe corpus quodlibet in vacuo Boyliano æqualibus temporibus æqualia spatia percurrit, sive idem corpus in amplissimum volumen extendatur, sive in angustissimum redigatur. Illud vero experimentum demonstrat non solum aerem hauriri, sed etiam illius loco nullum aliud fluidum succedere. Etenim quodcumque sit fluidum illud; quo major est corporis superficies, eo plures fluidi particulæ corpori descendenti resistunt, ac proinde corpus, mutata utcumque superficie, eadem non descenderet velocitate; imo corpora sibi libere relicta per aerem non descenderent; aer enim

foret ejusdem gravitatis specificæ cum corpore immerso, quod proinde aeri innataret. Hujus argumenti vis tota intelligetur, explicata deinde fluidorum doctrina; interim vero experimentis compertum habeatur, idem corpus majori vel minori volumine donatum per idem fluidum eadem velocitate non descendere, imo quiescere, si eamdem cum fluido habeat gravitatem specificam.

III. Demonstravit Nevvtonus motum globi intra fluidum æque densum delati, ob ipsam fluidi resistentiam totum amitti eo tempore quo globus percurreret $\frac{2}{3}$ diametri suæ partes. Hæc quidem demonstratio ad difficiliorem fluidorum doctrinam pertinet; interim tamen evidens est & experientia compertum, fluida densissima corporum motibus maxime resistere. At si nullum admittatur vacuum, jam fluida omnia talem habent densitatem qua nulla major esse possit. Itaque a multis retro sæculis perturbatus atque extinctus omnino fuisset globorum cælestium motus, qui tamen certa perpetuaque periodo absolvitur. Alia quidem plurima afferri solent argumenta, sed hæc pauca omnium validissima seligere satis sit, ex quibus tandem sic concludere licet. Admittendum est vacuum quod experimenta phænomenaque cælestia demonstrant, atqui &c. Ergo.

Objic. Admittere non repugnat fluidum aliquod subtilissimum quod corporum omnium poros libere permeet, quod proinde in *campanam pneumaticam*, extracto aere, succedat, nullumque vacuum permittat. Neque etiam repugnat fluidum illud esse omnis gravitatis expers. Etenim quid prohibet fluidum aliquod concipi sine conatu vel *tendentia* ad centrum terræ? Hanc vim in subtilissimis flammæ lucisque particulis minime observamus. Hinc Cartesiani ita ar-

argumentantur: ad demonſtrandum vacuum diverſam corporum gravitatem ſpecificam maxime jactant qui vacuum admittunt, atqui in prædicta hypotheſi ratio illa evaneſcit omnino, ergo &c.... Reſp. C. Maj. D. Min. Talis hypotheſis fictitia omnino eſt & philoſophandi regulis contraria C. hypotheſis illa philoſophica eſt & philoſophandi regulis conſentanea, N. Quare N. Conſ. Commentitium illud fluidum e cultiori Phyſica proſcribendum eſſe jam demonſtravimus, ubi ſermo fuit de vorticibus Carteſianis. Et re quidem ipſa hujus argumenti pondus graviſſimum ita ſenſerunt recentiores Carteſianæ hypotheſeos reformatores ut vacuum admittere non dubitaverint. Quod ſpectat flammæ luciſque materiam, tantilla eſt illarum gravitas ut nullo experimento conſpicua eſſe poſſit omnemque Phyſicorum diligentiam longe fugiat. Hæc autem levitas quæ *relativa* eſt dumtaxat, noſtræ concluſionis veritatem apprime confirmat; inde enim evincitur lucis particulas nihil fere materiæ continere, ac proinde & vacuum exiſtere. Id rurſus facili ratiocinatione intelligere licebit. Tanta eſt radiorum ſolarium velocitas ut totum illud vaſtiſſimum ſpatium quod ſolem inter noſtrumque globum expanditur, breviſſimo ſeptem vel octo minutorum intervallo percurrat; quod quidem demonſtrant ſuo deinde loco referendæ obſervationes aſtronomicæ. Jam vero fingamus minimam materiæ portionem quæ ſub experimentis cadere poſſit in delicatulum viſionis organum tanta & fere immenſa velocitate incurrere, unico ictu ſolverentur omnino delicatiſſimæ oculorum partes & in pulverem redigerentur: recordandum enim eſt vires corporum eſſe ut productum ex quantitate materiæ in velocitatem, aut in quadratum velocitatis. Quare cum ex perpetuo radio-

rum solarium fluxu offensionem nullam patiantur oculi, hinc patet exiguam omnino esse & fere nullam in radiis solaribus materiæ quantitatem. Id vero magis ac magis manifestum fiet comparatione instituta cum minimis globulis vi pulveris pyrii explosis, quorum tanta vis est ut non solum homines, sed urbium quoque muros disjicere & solo æquare valeant. Tandem fatendum est nulla severa demonstratione ostendi posse talis fluidi impossibilitatem, cum ignota nobis sit intima corporum natura; verum in hisce institutionibus, corporis *physici* & *sensibilis* dumtaxat proprietates consideramus, illasque ad humanæ societatis utilitatem transferre conamur. Quare etiamsi tale fluidum liberalius concedamus, quod tamen philosophandi legibus repugnat, nobis perinde est ac si nullatenus existeret, ideoque de hoc inutilissimo fluido nihil curare debent Physici qui *multa scirent utilia, si non discerent superflua.*

Inst. 1. Ad explicandam motuum cælestium perpetuitatem atque constantiam, radiorum solarium exemplo iterum utuntur Cartesiani. Et quidem solares radii sine ullo impedimento, sine perturbatione ulla sese mutuo decussant, & secundum quamlibet directionem intersecant. Fingamus ergo planetas in simili fluido deferri, jam nullam resistentiam patientur; ponamus nempe fluidi cælestis particulas omni tenacitate & inertia esse destitutas, nullum errorem experientur cælestes motus, ideoque evanescit alterum vacui argumentum. Unde sic argumentantur: Non repugnat hypothesis illa quæ radiorum solarium exemplo confirmatur, atqui &c. Ergo ..... Resp. N. Min. Ad illam objectionem eadem fere est quæ ad præcedentem responsio. Etenim quod solares radii sine ulla perturbatione sese mutuo trajiciant, id repe-

petendum est ex illorum incredibili fere subtilitate & materiæ quantitate fere infinite parva. Hæc ergo summa radiorum mobilitas & directionis cujuscumque facilitas ipsum vacuum demonstrant. In hac objectione fingitur fluidum omni inertia & partium tenacitate destitutum; quod quidem fingere non minus absurdum est & philosophandi regulis contrarium, quam corpus aliquod gravitate spoliare.

Inst. II. Non repugnat extensionem merum esse phænomenum, nullamque extensionem revera existere. Leibnitianam hac de re hypothesim in Metaphysica jam explicavimus; Si nempe res plures tales sint, ut diversas in organis sensoriis impressiones, diversasque in nobis excitent ideas, jam res illas consideramus tamquam plures ideoque extra se invicem existentes. Ex illa diversitatis notione per sensus & maxime per organum tactus acquisita nascitur notio extensionis. Pari modo quod corpus determinatam repræsentet figuram, magnitudinem, motum, id fit non quod res ita se habeat, sed nihil aliud significatur nisi corpus tale esse ut illas in nobis excitet ideas quas experimur. Unde sic argumentari licet: nullum existit vacuum, si extensio merum sit phænomenum, atqui hæc hypothesis non repugnat, cum nos lateat intima rerum natura, ergo &c. .... Resp. D. Maj. Si extensio *sensibilis* merum sit phænomenum, hoc est, si mere *idealis* sit nihilque *realitatis* extra mentem habeat, C. Maj. Si extensio merum sit phænomenum, hoc est, si nihil *substantialitatis* habeat, non sit tamen merum nihil, N. Maj. D. Min. N. C. Brevius explicari debet hæc objectio quæ deinde in meliori lumine collocabitur, ubi sermo erit de corporis natura. Cartesiani dividunt corporum proprietates in *absolutas*, seu *primi-*

tivas, & in *relativas* ſeu *ſecundarias*. Proprietates abſolutas dicunt illas quæ ad tactum pertinent, extenſionem imprimis & ſoliditatem; reliquas vero quales ſunt odores, colores, ſapores, ſoni &c. relativas appellant. Arbitrantur nimirum proprietates abſolutas eo modo in corporibus exiſtere quo nobis repræſentantur. At proprietates relativas tales eſſe affirmant ut certam ad noſtras ideas habeant relationem, vi cujus tales ideas conſtanti lege in nobis excitant, ita ut tamen res longe aliter ſe habeat ac nobis apparet. Verum alii ſubtiliores Metaphyſici omnes omnino corporum proprietates æque relativas eſſe exiſtimant, ignotam prorſus nobis eſſe intimam corporis naturam aſſerunt, nullamque proinde aſſerri poſſe accuratam definitionem, ſed a noſtro dumtaxat cognoſcendi modo deſumptam. Quod ut intelligatur, diligenter notandum eſt, ideas noſtras proprietatibus illis ſimiles omnino eſſe non poſſe, ut externæ hominis figuræ pictura eſt ſimilis; nam horum utrumque & ſubſtantiale eſt & æque materiale; at idea ad mentem pertinet, nihilque ſubſtantiale aut materiale habet, quale eſt ideæ objectum; quare hoc ſimilitudinis genus ne in ideis quidem per tactus organum excitatis haberi poteſt. Deinde notandum eſt talem in omnibus ideis ad objecta ipſa haberi relationem, ut ab iiſdem objectis eodem modo applicatis eædem in noſtra mente excitentur ideæ; quod quidem in noſtris inſtitutionibus metaphyſicis fuſe explicavimus. Itaque Philoſophi illi nullum inter ſenſibiles corporum qualitates ſtatuunt diſcrimen, eaſque conſiderant tantum velut actionem quam corpora certis legibus in ſenſuum noſtrorum organa exercent, ex qua ſenſatione certa idea in mente excitatur. Sed quidquid ſit de variis illis Philoſophorum placitis

citis ad examen deinde revocandis, interim evidens est hanc objectionem nostræ conclusioni minime contrariam esse, si probe recordemur cultioris Physices scopum; consideramus nempe sensibiles corporum qualitates quatenus sunt effectus ad nos & humanæ societatis utilitatem referendi. Porro manifestum est in hoc sensu negari non posse extensionem, *sensibilem* scilicet, quidquid sit de extensionis natura; sed *nostrum non est tantas componere lites*. At observandum est cum *idealistis* confundi non debere Philosophos qui extensionem velut phænomenum habent. Et quidem Idealistæ corpora existere negabant, nostrasque omnes sensationes perpetuum errorem esse somniabant. Ab hac autem insania quam in Metaphysica confutavimus, longe absunt prædicti Philosophi qui corpora existere admittunt & ex ipsa partium coexistentia extensionis notionem oriri affirmant. Eodem nimirum sensu extensionem phænomenum appellant quo color phænomenum dici solet. In hac hypothesi evanescere & submoveri omnino videtur tota de *vacuo* & *pleno* controversia. Cum enim ex spatii & extensionis notione hæc quæstio originem habeat, tota huc revocatur, an scilicet extensio & spatium sint realitates quæ aliquid substantialitatis habeant, an vero in simplici partium coexistentium ordine consistant. Si quæstio ita explicetur, jam tota cadit; cum plenum & vacuum mera sint phænomena. Itaque investigari non debet utrum existat plenum aut vacuum, sed potius instituenda est quæstio, an per phænomenum vacui aut per phænomenum pleni naturam nobis possimus repræsentare. Imo cum hic agatur de natura, non prout est in se, sed quatenus nobis apparet, non repugnat vacui & pleni phænomena simul existere, si non in eodem casu,

ſaltem in caſibus diverſis. Et re quidem ipſa pari jure nobis repræſentare licet extenſionem ex partibus *ſimilaribus* & ſine ulla vi compoſitam, vel conſtantem ex partibus diſſimilaribus & vi aliqua præditam. In primo caſu Leibnitiani vacui, in altero autem pleni notionem formamus. Hæc autem explicatio conferri debet cum iis quæ de ſpatio & extenſione diximus in Metaphyſica. Cæterum hæc omnia quæ incautis nulliuſque attentionis hominibus frivola videri poſſent, utiliſſima tamen eſſe atque graviſſima in appendice demonſtrabimus.

Inſt. III. Si vacuum exiſtere fingamus, jam nulla eſt ratio cur corpora hunc vel illum locum occupent; cum enim ſimilares ſint atque uniformes ſingulæ ſpatii partes, ſine ulla ratione ſufficiente ad Orientem vel Occidentem locata fuiſſent corpora, atque hinc in hypotheſi vacui creationis impoſſibilitatem arguunt Leibnitiani, cum Deus ſine ratione nil facere poſſit. Unde ſic argumentantur. Admittenda non eſt opinio illa quæ receptiſſimo rationis ſufficientis principio repugnat, atqui &c. Ergo ...... Reſp. N. Maj. In effectibus materialibus admittendum quidem eſſe rationis ſufficientis principium oſtendimus in Metaphyſica; at in effectibus liberis locum habere non poſſe, ibidem demonſtravimus. Porro creatio mundi pendet ab omnipotenti Dei voluntate quæ eſt ſuprema & ultima rerum creatarum ratio. Itaque principium illud in effectibus liberis etiam humanis rejiciendum omnino eſt; imo in effectibus etjam materialibus parce admodum adhiberi debet; neque tantam quam Leibnitiani prædicant, utilitatem habere poteſt; cum enim nos ut plurimum lateat rerum ſufficiens ratio, firmiſſima non ſunt argumenta quæ ex ratione ſufficiente deſumi ſolent. Principium iſtud ad-

ver-

versus nostram conclusionem minime valere certissimum est; dum enim vacuum admittimus, de spatii natura nobis prorsus ignota nihil pronuntiare audemus, atque satis nobis est rejicere *plenum Carthesianum;* neque aliquid affirmare volumus de obscurissima controversia, an plenum & vacuum pro phænomenis haberi debeant, ut explicavimus in præcedenti responsione. Igitur probe observandum est discrimen inter hypothesim Cartesianam & Leibnitianam; hæc ultima tum plenum, tum vacuum ut mera phænomena judicat, neque hæc opinio iisdem laborat difficultatibus quibus obnoxia est Cartesiana hypothesis. Ita adversus plenum Cartesianum objici solet motus impossibilitas cujus quidem objectionis non tanta est vis quanta in vulgaribus Physicorum libris jactatur; at in Leibnitiana hypothesi nulla est omnino. Dum enim dicunt Leibnitiani corpus aliquod data velocitate datum spatium percurrere, motus & spatii nomine non intelligunt realitatem aliquam in rebus existentem, sed dumtaxat ideam confusam quam mobilis perceptio diversusque coexistentiæ ordo in anima producunt. Hoc modo interpretandum esse ajunt celebratissimum Zenonis argumentum de Achille & testudine. Et quidem minus verisimile existimant eo insaniæ unquam devenisse aliquem, ut motum prout est phænomenum negare potuerit, eumque a Zenone negatum fuisse opinantur in eo dumtaxat sensu, quod notiones spatii, loci, temporis motusque sensibilis velut imaginarias habuerit. Cæterum tantum abest ut ex hac rerum physicarum obsuritate tantaque opinionum varietate aliquid utilitatis præclarissimæ huic scientiæ detrahi possit, quin contra hinc derivari possint utilitates maximæ, quas in appendice demonstrabimus.

CON

CONCLUSIO II.

CORPORA OMNIA INNUMERIS PORIS PERTUSA ESSE DEMONSTRATUR.

I. Corpora omnia etiam ponderosissima infinitis propemodum poris seu foraminibus cribrata esse, manifestum est exemplo crystalli. Nulla in crystalli superficie assignari potest pars vel minima quæ non sit eximie pellucida. Hæc autem pelluciditas summa intelligi nequaquam potest, nisi ad opposita superficierum puncta radiis lucis pateat facilis transitus. Hinc evidens est crystallum non solum innumeris poris scatere, sed nihil fere materiæ omnino solidæ continere. Inde autem ad examen revocari potest auri porositas; notum enim est experimentis, pondus auri esse ad pondus crystalli sub eodem volumine ut 8 ad 1; quare quantitas materiæ in auro est ad quantitatem materiæ in crystallo ut 8 ad 1, ideoque aurum licet sit corporum omnium quæ nobis nota sunt, ponderosissimum, nihil fere habet materiæ ac proinde infinitis propemodum poris pertusum est. Et quidem si aurum redigamus in tenues lamellas easque microscopio contemplemur, non solum apparent pellucidæ, sed variis modis implexæ innumerisque meatibus hiantes observantur. Simili ratione argumentando a *fortiori*, ut dicunt, demonstratur multo magis porosa esse corpora alia.

II. Præcedens demonstratio satis quidem esset; sed afferre non abs re erit experimenta nonnulla quæ utilissima esse possunt. Durissima etiam marmora a fluidis plurimis penetrantur, a spiritu vini, a spiritu terebinthinæ. Parare do-

docuit clariſs. Dufaius in Mon. Pariſ. ann. 1728. 1732. liquores plurimos qui compactiſſimos quoque lapides facile pervadunt ſuaque relinquunt veſtigia. Hinc ſi liquores illi variis tingantur coloribus, atque in aliqua ſuperficie ducantur lineamenta, per varia lapidis ſtrata ad oppoſitam uſque ſuperficiem, liquorum vi tranſmitti poterit imago quælibet ſuis picta coloribus. Notiſſima eſt Phyſicis perſpiratio inſenſibilis quæ a primo obſervatore Sanctorio, nomen *Sanctorianæ* retinuit; ex octo alimentorum libris quas aliquis uno die ſumeret, quinque circiter hic apud nos, ætate vegeta, vita commoda, victu moderato, per tranſpirationem elabuntur; hujus tamen tranſpirationis copia major vel minor eſt pro regionum varietate diverſaque cæli temperie. Omnium animalium cutis ſcatet vaſis innumeris quorum aliqua *abſorbentia*, alia *exhalantia* vocantur; Hæc vaſcula quæ ſub ſquamulis *epidermidis* oblique patent, tantæ ſunt ſubtilitatis ut computante Leenvvenhockio in ſpatio unius arenæ globulo non majori hient pluſquam 125000 hujuſmodi meatus. Hi, *abſorbentes* ſcilicet, ſubtiliſſimis particulis ingreſſum; iſti autem, nempe *exhalantes*, exitum permittunt. Ex hac corporis humani poroſitate intelligitur balneorum uſus, per totam corporis ſuperficiem introductis aquæ particulis ad ſanguinem uſque, cujus moleculas nimium cohærentes dividunt & ad circulationem faciliores reddunt. Hæc ſumma poroſitas in arboribus plantiſque omnibus obſervatur; vegetabilia omnia e terræ gremio per poros ſuos ſuccum nutritium hauriunt & per totam ſubſtantiam quaquaverſum propagant. Legenda ſunt pulcherrima hac de re experimenta quæ habuit clariſs. Haleſius in *Statica vegetabilium*.

N:.

Neque prætermittenda eſt ovorum poroſitas ex qua trahi poteſt utilitas non exigua. In ſuprema ovi recens excluſi ſuperficie videre eſt ſubſtantiam quandam lacteam; hæc autem progreſſu temporis evaneſcit per ipſos corticis poros elapſa, atque hinc ova nutritioni minus fiunt idonea & tandem corruptioni obnoxia. Ut autem hæc materia ſervetur integra ovaque a putredine liberentur, hoc remedium excogitavit Reaumurius. Ovi putamen adipe ovina, vel etiam *vernice*, ut vocant, facta ex ſpiritu vini, ex omni parte imbuunt; hoc artificio materiæ lacteæ exitus præcluditur, & ova per plures menſes integra ſervari poſſunt, non ſecus ac ſi recens fuerint excluſa; quod quidem in longinquis navigationibus in primis utile eſſe poteſt.

In vulgaribus Phyſices inſtitutionibus deſcribitur atramentum quod *ſimpaticum* vocant; Hoc autem modo parari ſolet. Lythargyri uncia una ſumatur quæ cum aceti diſtillati unciis quinque vel ſex miſceatur; ubi autem acetum lythargyro probe ſaturum eſt, illud per chartam de more percoletur. Hoc liquore qui *acetum ſaturni* a Chymicis appellatur, utendum eſt ad exarandos characteres, quos non magis conſpicies quam ſi aqua ſcripſeris; verum ſi adhibeatur liquor alius mox dicendo artificio comparandus, jam characteres pulchre fiunt conſpicui. Itaque capiatur auripigmenti uncia una quæ cum calcis vivæ unciis duabus miſceatur, mixturæ immittatur aqua, habebitur liquor alter quo imbuenda eſt charta aliqua characteribus antea deſcriptis impoſita, centum etiam interpoſitis chartarum foliis; ſtatim hujus liquoris particulæ multa permeant chartæ folia, & characteres qui antea oculos fugiebant, præclare nigros legemus atque mirabimur.

Ex

Ex descriptis experimentis patet innumeris poris pertusa esse dura cujuslibet speciei corpora; unum duntaxat in corporibus fluidis experimentum afferre satis erit. Fluidorum porositas inde facile colligitur, quod fluida quædam se invicem imbibant. Si intra tubum in quo oleum vitrioli continetur, certa infundatur aquæ quantitas & volumina respectiva notentur, mixtione facta atque fermentatione sedata, volumen invenitur justo minus. In aliis mixtionibus plurimis idem se expertum fuisse testatur Muskembroekius; sed generatim fluidorum omnium porositas ex diversa eorum gravitate specifica facile patet. Itaque ex his omnibus sic concluditur. Admittenda est summa illa corporum porositas quam capta in omni corporum genere experimenta demonstrant, atqui &c. Ergo.

Objic. Si corpora omnia innumeris poris pertusa sunt, jam absoluta corporum pondera non cognoscimus; ignota enim est materiæ quantitas, ac proinde & ignotum pondus quod materiæ quantitati proportionale est, atqui id repugnare videtur. Ergo &c.... Resp. C. Maj. N. Min. Nullum inveniri potest corpus perfecte solidum, quod quidem si invenire liceret, jam innotesceret quantitas materiæ in singulis corporibus, illorumque proinde pondus absolutum, conferendo scilicet datam aliquam materiæ portionem cum pari volumine diversorum corporum. Quamobrem cum tali corpore perfecte solido careamus, superfluis conjecturis indulgent otiosi Philosophi qui fictitiis hypothesibus materiæ quantitatem determinare conantur; imo totum hoc universum ex materiæ quantitate valde exigua constare probabilissimum est, & præjudicatas hac de re vulgi opiniones demonstrabimus, ubi sermo erit de materiæ subtilitate......

Inst.

Inſt. I. Si tanta ſit corporum poroſitas, in errorem nos perpetuo inducerent ſenſuum organa, falſiſque ſenſationibus nos perpetuo deciperet Deus, atqui hæc illuſio divinæ veracitati repugnat. Ergo..... Reſp. N. Maj. Plurimæ ſenſuum fallaciæ per ratiocinationem philoſophicam ad examen revocari atque emendari poſſunt, nec ſenſibus temere credendum eſt: *Non eſt judicium veritatis in ſenſibus*; inquit S. Auguſtinus. Itaque Deus ad ſenſuum errorem nos minime cogit. Præterea ſuperbiſſimos ſeſe oſtendunt Philoſophi qui humanas cognitiones ultra juſtos limites longius extendunt; pauca admodum novimus in rebus philoſophicis; atque in hac cognitionum noſtrarum imbecillitate non violatur divina veracitas, ſed contra maxime commendatur optimi numinis infinita bonitas, cui placuit eas tantum hominibus concedere cognitiones quæ ad juſtas vitæ hujus utilitates, & ad finem ultimum vitam ſcilicet æternam perducere poſſunt.

Inſt. II. Si corpora tot poris pertuſa ſint, jam per omnium corporum poros perpetua effluerent corpuſcula, per ipſos quoque corporis humani poros neceſſaria ad vitam fluida erumperent; atqui hæc perpetua effluvia repugnant omnino. Ergo &c. Reſp. N. Min. Re quidem vera ex ſingulis corporibus perpetua exeunt effluvia, quæ quidem ponderis jacturam aliquando demonſtrant, interdum autem nullam, pro varia effluviorum ſubtilitate. Hanc effluviorum tenuitatem fere incredibilem oſtendunt corpora odorifera quæ per plures annos abſque ullo quod obſervationibus & experimentis conſpicuum eſſe poſſit, ponderis detrimento, ſubtiliſſimas emittunt particulas quibus organi olfactorii papillas pungi atque vellicari neceſſum eſt. Quod autem per corporis humani poros neceſſaria ad vi-

vivendum fluida non erumpant, id repetendum est ex diversa fluidorum pororumque figura cujus eam oportuit esse varietatem, ut in sani corporis statu necessariis fluidis exitum prohiberet. Itaque rursus semperque laudanda est divina bonitas quæ admirabilem corporis nostri structuram ita composuit ut vivere possemus, & quantum ipse Deus vellet, viveremus, ad immortalem vitam deinde transituri.

ARTICULUS II.

De extensione impenetrabili.

I. IMpenetrabilitatem jam definivimus eam corporis proprietatem, qua fit ut singula corpora omnibus aliis corporibus undequaque prementibus resistant, & quandiu aliquem occupant locum corpora alia ab eodem loco excludant. Porro hic sermonem habemus de impenetrabilitate *sensibili*, qualem per contactum sese manifestat. Non desunt quidem doctissimi viri qui nullam accuratam continuitatem, aut soliditatem admittunt; omnemque contactum immediatum excludunt. Censent ergo materiam omnem & corpora constare punctis prorsus indivisibilibus & inextensis, quæ puncta semper a se invicem distent aliquo intervallo quod imminui quidem possit in infinitum, sed non possit auferri sine punctorum penetratione; putant scilicet puncta illa prædita esse quibusdam viribus quas *repulsivas* appellant; vires nempe illæ imminutis in infinitum distantiis augentur in infinitum, ac proinde puncta in minimis distantiis cogunt a se invicem recedere, donec tandem in certa distantia adhuc tamen minima nullæ sint, tum directionem mutent, & mutato nomine dicantur attractivæ. In hac igitur hypo-

potheſi punctorum vires creſcunt atque decreſcunt, mutataque directione migrant ex attractivis in repulſivas & contra. Illa tamen puncta viribus attractivis & repulſivis donata firmiſſimas poſſunt maſſas conſtituere, ubi nempe poſita ſunt in iis a ſe invicem diſtantiis in quibus imminuta vel tantiſper diſtantia ingens habetur vis repulſiva, diſtantia autem aucta ingens habetur vis attractiva. Itaque ex harum virium natura oritur impenetrabilitas, non ex immediato contactu. Porro quamvis in hac opinione nullus ſit contactus immediatus, exiſtit tamen contactus phyſicus & ſenſibilis; tantillæ enim ſunt punctorum diſtantiæ ut omnem ſenſuum ſubtilitatem longe fugiant. De hoc argumento, iterum oblata occaſione, breviter nobis dicendum erit; quia vero minima punctorum intervalla ſub ſenſus non cadunt, res omnes perinde ſe habent quoad effectus phyſicos quos quidem in noſtris inſtitutionibus unice conſiderandos nobis proponimus; hinc de impenetrabilitate ſenſibili & phyſica duntaxat hic ſermo eſt.

II. Hanc impenetrabilitatis ſeu ſoliditatis ſpeciem perpetuo experimur; ſive enim quieſcamus, ſive moveamur, continuo deprehendimus alia corpora quibus noſtrum corpus innititur, reſiſtere & reſiſtendo impedire ne telluris ſuperficiem profundius penetremus. Dum quotidiana neceſſitate corpora contrectare cogimur, reſiſtentiam manu ſentimus, atque ex hac reſiſtentia originem habent explicatæ antea conflictuum leges. Hæc proprietas corporibus omnibus competit, ſive fluida ſint, ſive firma, ſive dura & fixa, ſeu mollia & facile mobilia; fluida enim in vaſculis concluſa atque compreſſa reſiſtentiam oſtendunt, ne quidem excepto aere fluido tenuiſſimo. Quamobrem licet ſenſu tactus illam

illam non deprehendamus resistentiam nisi in materiæ partibus quæ possunt tactus organum afficere, tamen, per analogiam naturæ, hanc eandem resistendi vim ad corpora subtiliora sensibus impervia transferre licet. Cæterum patet hanc corporum proprietatem cum vi inertiæ conjunctam esse, & ex ea pendere: atque hinc intelligitur ratio cur, præter vulgarem consuetudinem, ultimo loco tractatum sit de extensione impenetrabili atque etiam de penetrabili cujus notionem ex ipsa impenetrabilitate haurimus atque derivamus.

III. Ex hactenus explicatis manifestum est, impenetrabilitatem sive soliditatem a corporum duritie longe distinguendam esse, quod quidem non satis accurate præstiterunt aliqui. Et quidem durities est firma quædam partium connexio saltem *sensibilis* qua fit ut partes illæ ægre divelli possint, & molem qnandam constituant cujus figura difficulter mutatur. At soliditas de qua hic agimus, mollioribus durisque corporibus competit. Nec confundi debet soliditas geometrica cum soliditate physica. His gradibus progrediuntur Geometræ. Corpora primum considerant simul cum sensibilibus eorum proprietatibus a quibus deinde abstrahunt, & tandem corpora velut quandam extensionis penetrabilis, divisibilis & figuratæ portionem contemplantur. Itaque corpus geometricum nihil est aliud quam extensionis pars aliqua undequaque terminata. Tres hujus extensionis dimensiones generali velut prospectu primum spectamus; verum ad facilius determinandas proprietates singulas, unicam deinde separamus dimensionem, longitudinem scilicet, alteram postea adjungimus nempe latitudinem & superficiem consideramus; tandem tres dimensiones simul, hoc est, totam soliditatem complectimur. Hinc facile refellitur

tur duplex censorum genus ; Alii sunt Sceptici qui inconcussa Matheseos theoremata labefactare conantur , eaque falsis hypothesibus , commentitiis nempe lineis & superficiebus innixa esse obganniunt . Alii sunt imperiti quidam Physici qui veritates geometricas velut superfluis abstractionibus fundatas fastidiose traducunt . Ad hunc ipsum articulum referri potest celeberrima in scholis controversia de extensionis divisibilitate in infinitum ; hæc quæstio nobis videtur *logomachia* aliqua laborare ; quod quidem in disputationibus plurimis persæpe contingit . Dum disputant Philosophi de extensionis divisibilitate, vel rem intelligunt de extensione *abstracta* & *geometrica*, vel de extensione *physica*, & de qualibet materiæ portione . Rursus autem divisibilitas illa vel est *geometrica* , hoc est, in qualibet extensione concipi possunt & revera existunt partes numero infinitæ , vel divisibilitas illa est *physica* & *actualis*, ita ut extensio quælibet in infinitum dividi possit . Hic est celeberrimæ quæstionis status , jam partes singulas explicabimus .

IV. Physicam & actualem extensionis divisibilitatem in infinitum locum habere non posse evidens est ; cum experimentis certissimum sit post certum divisionum numerum sensibus nostris evanescere omnino extensionis phœnomenum , ita ut subtilissimis etiam organis sese subducat . Si quæstio sit de extensione physica & de qualibet materiæ portione , jam tota res pendet ex philosophicis litibus quæ adhuc sunt sub judice . Etenim cum ignota nobis sit intima corporum natura , certo asserere non possumus corpora ex simplicissimis inextensisque particulis esse composita ; in hac autem opinione manifestum est materiam non esse in infinitum divisibilem. At si eam teneamus aliorum Philoso-

losophorum ſententiam quæ materiæ portionem quamlibet etiam minimam velut continuam & extenſam admittit, jam certum eſt materiam eſſe in infinitum geometrice diviſibilem. Itaque tota quæſtio pendet ex corporis natura, quam quidem in ultimo Phyſices articulo, quantum patitur rei obſcuritas, meditabimur; noſtramque ignorantiam fateri non dubitabimus. Interim ſit

CONCLUSIO.

EXTENSIO QUÆLIBET, IN INFINITUM GEOMETRICE DIVISIBILIS DEMONSTRATUR.

I. Extenſio quælibet geometrice conſiderata nullas habet partes determinatas; cum enim tota extenſionis geometricæ notio in ſola partium coexiſtentium conjunctione poſita ſit, indeterminatus omnino eſt partium illarum numerus, nec extenſionis notionem ingredi debet. Itaque pro arbitrio aſſumi poteſt partium numerus; nempe fingere licet in extenſione aliqua contineri decem vel mille partes &c. prout pars aliqua pro unitate adhibetur; ita linea aliqua duas continebit partes, ſi pars dimidia pro unitate habeatur, decem vel mille partes habebit, ſi pars decima vel milleſima uſurpetur pro unitate. Quare cum unitas illa ſit omnino indeterminata, indeterminatus etiam erit partium numerus, quem proinde numerum in ſeriem infinitam abire concipi poteſt. Igitur extenſio continua erit geometrice diviſibilis in infinitum.

Hanc eandem ratiocinationem in qualibet corporum dimenſione obtinere evidens eſt. Et quidem corpus triplici dimenſione præditum ſuos habere debet limites atque terminos; alioquin

quin finitum non foret atque determinatum. Igitur corpus habere debet reales limites qui binas tantummodo habeant dimensiones in longum & latum. Etenim utcumque exigua profunditas assumatur, ejus pars interior ad terminum seu limitem pertinere non potest. Is autem terminus latitudine sola & longitudine præditus, dicitur *superficies*. Item superficies quævis finita suum habere debet terminum qui simili argumento latitudine careat, & is dicitur *linea*. Eodem pacto lineæ terminus erit *punctum* nulla extensione præditum. Igitur superficies, linea, punctum non sunt materia seu corpus, sed meræ corporis affectiones quæ sine ipso & per sese subsistere non possunt, nempe haberi debent tanquam termini & limites materiæ *reales* quidem; neque a nostra imaginandi vi pendet quod dimensiones finitæ terminum aliquem seu limitem habeant qui ad ipsas non pertineat. Itaque nec superficies erit pars corporis, nec linea pars superficiei, nec punctum pars lineæ, sed realis terminus, nec proinde corpus repetitione & supra positione superficiei, nec superficies repetitione lineæ, nec linea repetitione puncti, sed ductu quodam continuo generabitur. Hinc statim patet binas quasque superficies vel in unicam coalescere & congruere, vel corpus aliquod triplici dimensione præditum intercipere, binas lineas intercipere superficiem, bina puncta intercipere lineam; nec ullam proinde superficiem superficiei, lineam lineæ ita proximam esse, aut punctum puncto ita vicinum ut nihil mediæ distantiæ intersit. Ita si corpus quod continuum concipiatur & solidum, sectione quadam plana secetur, evidens est alteram sectionem priori ita proximam fieri non posse ut nihil corporis inter ipsas sit, sed nova sectio vel aliquid inter-

tercipiet, vel cum priore penitus congruet. Intervalli autem hujus medium aliquod erit quod nimirum cum neutro extremo congruere potest, ne ipsa itidem extrema congruant, intervallo omni sublato. Quare dimidii intervalli rursus haberi poterit pars dimidia, & ita deinceps in infinitum, ac proinde habebitur necessario divisibilitas in infinitum.

II. Eandem extensionis divisibilitatem in infinitum evincunt argumenta geometrica innumera. Infiniti numero duci possunt circuli, alii aliis majores qui eandem rectam & se invicem contingant in unico puncto, ideoque in infinitum dividere possunt finitum intervallum quod inter tangentem circulumque minimum intimum comprehenditur. Inter easdem parallelas duci possunt parallelogrammi, alii aliis longiores in infinitum, exiguo utcumque parallelogrammo æquales. Ex longissimæ cujusvis lineæ rectæ divisionibus quotcumque agi possunt lineæ parallelæ, ita ut extremæ transeant per extrema puncta rectæ cujusvis utcumque exiguæ, quam omnes secabunt in totidem æquales partes quot partes illa longissima recta habebat, nec unquam exhaurietur exiguum illud intervallum quod semper superest, nec rectæ congruent. Alia ejusmodi sexcenta adhiberi solent quæ vim habent summam & severam demonstrationem efformant pro spatii & extensionis divisibilitate; si enim continua realisque extensio admittatur, jam superficies, linea, punctum non sunt mentis nostræ figmenta, sed realis extensionis reales termini. Nihil tamen ex Geometria petitum evidentius faciliusque demonstrat extensionis divisibilitatem in infinitum quam illud Geometris notissimum, quod nempe datis binis rectis possit semper inveniri tertia continue proportionalis post ipsas. Si enim

 assu-

assumatur recta quævis utcumque parva, tum alia utcumque magna quæ illam contineat vicibus quotcumque, semper invenietur tertia post hanc & illam quam hæc totidem vicibus contineat, ideoque continebit hæc tot partes quot libuerit, & quemadmodum nullus erit limes ultra quem augeri non possit hæc magna linea, ita nullus itidem erit ultra quem illa tertia imminui non possit.

Hæc quidem argumenta ex primis Geometriæ elementis desumpta sunt; sed iis quoque consulendum qui rebus geometricis haud assueti, demonstrationum evidentiam facile non percipiunt; quare libet argumentum unum physicum ex motu petitum proferre. Si extensum constaret ex indivisibilibus, æque veloces forent motus omnes, nec minus spatium eodem tempore percurreret segnissima testudo quam velocissimus cursor. Etenim non posset testudo minus spatium eodem temporis puncto percurrere; indivisibile enim ponitur spatium temporis puncto indivisibili descriptum, ac proinde cum repugnet indivisibile alio indivisibili minus, spatium minus a testudine percurri repugnat, quare spatium æquale describet. Idem dicendum de alio quovis tempore, ac proinde spatia æqualia ab utroque semper describentur, & cursor velocissimus non plus conficiet spatii quam testudo tardissima, quod est absurdum. Plurima alia ejusdem generis absurda ex eadem indivisibilium hypothesi colliguntur; verum quæ dicta sunt, sufficiant; cæterum evidens est præcedentes demonstrationes valere etjam pro materiæ divisibilitate, si materia continuam extensionem habere ponatur. Etenim singulis spatii partibus singulæ respondebunt materiæ partes quæ proinde non secus ac spatium erunt in infinitum divisibiles. Verum in

hy-

hypothesi Leibnitianorum & aliorum Philosophorum qui inextensa & simplicissima materiæ puncta admittunt, jam materia non erit divisibilis in infinitum, & ideo hanc nostram conclusionem de sola extensione enuntiavimus.

Objic. Si extensio divisibilis esset in infinitum, in quovis extenso existeret numerus partium infinitus, quo posito maximum sequeretur absurdum. Nam si numerus partium infinitus in quovis extenso daretur, nullus haberi posset motus, ne quidem per minimum spatium, cum in minimo spatio numerus partium sit infinitus. Ergo &c. . . . . Resp. N. Sequelam Ant. & Cons. Quamvis numero infinitæ sint spatii percurrendi partes, eæque nonnisi tempore aliquo a mobili percurri possint, illæ tamen partes non sunt finitæ magnitudinis, sed infinite parvæ, hoc est, ut vocant, *infinitesimæ*. Hinc ut percurrantur, non egent tempore finito, sed tantum particula temporis infinite parva, nisi fingamus mobilis celeritatem esse infinite exiguam. Ratio est quia tempus non secus ac spatium dividi potest in partes multitudine infinitas & magnitudine infinite parvas. Itaque si mobilis celeritas finita sit, quælibet infinite parva spatii particula in omologa temporis particula a mobili absolvetur, ac proinde totum aggregatum multitudinis infinitæ particularum infinitæ parvarum spatii, seu totum spatium finitum describetur a corpore in aggregato multitudinis infinitæ tempusculorum infinite parvorum, seu tempore finito. Quare falsum est, posita divisibilitate in infinitum, nullum haberi posse motum, ne quidem per minimum spatium, sive minimum spatium nonnisi infinito tempore percurri posse. Quod ut magis declaretur, probe attendi debet jam antea fusius explicata temporis, motus spatiique analogia.

Tres illæ notiones ita neceſſario ſunt conjunctæ ut una alteram indivulſo nexu contineat. Nulla extenſionis alicujus determinatæ clara idea haberi poteſt, niſi nobis exhibeamus mobilis alicujus velocitatem datum ſpatium dato tempore percurrentis; & viceverſa mobilis alicujus velocitatem clare intelligere non poſſumus, niſi ope ſpatii dato tempore deſcripti. Hinc fit ut ex tribus temporis, velocitatis ſpatiique conditionibus, datis duabus, tertiam inveniant Geometræ; ut explicavimus in articulo de motu.

Inſt. I. Si extenſio contineat partes numero infinitas, infinitum contineretur in finito; extenſio enim finita haberet partes multitudine infinitas; quod quidem abſurdiſſimum eſt. Ergo &c. .... Reſp. Diſt. Ant. extenſio finita contineret partes numero infinitas, ſed infinite parvas, C. Ant. partes numero infinitas & finitæ magnitudinis, N. Ant. Quare N. Conſ. Hæc objectio falſa laborat hypotheſi, quod nempe quantitás aliqua ex partium numero tantum æſtimari debeat; cum tamen certiſſimum ſit eam ex partium multitudine & magnitudine ſimul æſtimandam eſſe. Igitur quantitas finita continere quidem non poteſt partes finitas numero infinitas; poteſt tamen dividi in partes numero infinitas & infinite parvas. Et quidem ſi partium magnitudo eadem ratione minuatur, qua earum numerus augetur, totum ex his omnibus partibus compoſitum idem manebit, ac proinde finitum erit, etiamſi partium numerus augeatur in infinitum. Exempla plurima ſuppeditat Arithmetica, fatentibus ipſis adverſariis, ubi numerorum ſeries eſt infinita, manente tamen ſumma ſeriei finita. Ita demonſtrant Arithmetici ſeriem in infinitum continuatam $\frac{1}{2} . \frac{1}{4} . \frac{1}{8} . \frac{1}{16}$ &c. unitati

æqua-

æqualem esse; at nemo negabit seriem hanc infinitas partes habere. Verum ut huic argumento aliisque id genus plurimis paretur responsio, tollenda est omnis vocabuli ambiguitas. Dum extensionem in infinitum geometrice divisibilem esse demonstramus, quæstio minime est de *actuali* infinitæ divisionis possibilitate; hoc unum intelligi volumus, in minima qualibet extensionis parte minores alias concipi posse particulas, atque hoc ipsum est quod divisibilitas in infinitum appellari solet; nomine enim infiniti venit id omne cujus limites assignari non possunt.

Inst. II. Si extensio quælibet finita dividi posset in partes numero infinitas, magnitudo quantumvis exigua in tot partes dividi poterit ac quælibet alia quantumvis maxima. Maxima itaque æquabitur minimæ; imo omnes quotcumque magnitudines utcumque diversæ, æquales erunt utpote ex æquali partium numero, nempe infinito, constitutæ; quod quidem absurdum vitari non potest, nisi dicatur magnitudines esse infinitas alias aliis majores; hic autem infinitus infinitorum ordo a ratione omnino alienus videtur; Ergo quocumque se vertant hujus opinionis patroni, multis sese implicant ambagibus & absurdis .... Resp. N. Seq. Ant. & Conf. Responsio ad primam objectionis partem patet ex responsione præcedenti. Etenim quodnam est absurdum duas magnitudines inæquales in eundem partium numerum dividi? An quia partes sunt numero æquales, composita sunt æqualia? Si hoc verum esset, verum itidem foret pedem digito æquari; pes enim non secus ac digitus in duodecim partes dividitur. Quod spectat alteram objectionis partem, diversum nempe infinitorum ordinem, res est difficilior. Ut autem hæc objectio &

tota simul quæstio in bono lumine collocetur, sublimem quantitatum infinitarum & infinitesimarum doctrinam, quantum per harum institutionum præscriptam facilitatem nobis facere licet, explicabimus.

Quantitatum infinite parvarum nomen hactenus adhibuimus, verum id fecimus brevitatis causa & ut receptum servaremus loquendi usum. Et quidem nulla quantitas in se spectata & sine nostro cogitandi modo, aut infinite parva est aut infinite magna, sed in se determinata est & finita, quod facile patet ex demonstratis de extensionis divisibilitate. Et certe data quavis magnitudine utcumque parva vel utcumque magna, alia semper minor in primo casu, & alia semper major in casu altero haberi potest; nobis enim licet quantitatem exiguam vel ingentem considerare, primamque minuere, alteram augere, abstrahendo animum a quovis limite determinato. Priorem quantitatem dicimus *infinitesimam* vel *infinite parvam*, quantitatem alteram appellamus *infinitam* vel *infinite magnam*, accipiendo infinitum pro indefinito, quod diligenter notandum est; cum infinitum nusquam sit in rebus, sed in nostro concipiendi modo. *Finitam* dicimus quantitatem quamvis quæ vel non concipitur variabilis, vel si concipitur variabilis, ultra quosdam determinatos limites variabilis non consideratur; rationem quam duæ quantitates finitæ habent ad se invicem, *rationem finitam* vocamus. Unam e quantitatibus quæ imminutæ concipiuntur ultra quoscumque limites & *ad arbitrium assumptam*, dicimus infinitesimam *primi ordinis*. Si sit quantitas alia quæ ad hanc infinitesimam habeat rationem quam ipsa infinitesima habet ad quantitatem finitam, quantitatem hanc dicimus infinitesimam *secundi ordinis*

dinis, & ita deinceps. Viceversa, si quædam quantitas sit ad finitam quantitatem illam ut illa ad infinitesimam primi ordinis, eam dicimus infinitam *ordinis primi*, & eodem pacto superiores infinitorum ordines definimus. Hæ autem quantitatum infinitesimarum & infinitarum notiones sunt omnino distinctæ.

His explicatis jam patet diversos esse infinitorum & infinitesimorum ordines; nam circuli diameter quæ finita est, se habet semper ad cordam ut est corda ipsa ad abscissam, ac proinde si in circulo fingatur corda infinite parva primi ordinis, erit abscissa infinitesima ordinis secundi. Si autem corda sit infinitesima ordinis secundi, erit abscissa infinitesima ordinis quarti & ita deinceps. Itaque ex infinitesimis primi ordinis statim derivari evidens est quantitates infinitesimas aliorum ordinum ac proinde etiam varios infinitorum ordines. Hinc non satis claram hujus doctrinæ cognitionem habuisse videtur D. Nievventit, qui concessis infinitesimis primi ordinis, alios infinitesimorum ordines rejecit. Id ergo probe recordandum est, infinite parvas & infinite magnas quantitates a nobis quidem admitti, sed in eo duntaxat sensu quod quantitates illæ sint indefinitæ, hoc est, ut augeri vel minui concipiantur ultra quoscumque limites. Constituta autem talium quantitatum definitione accurata, alteri objectionis parti satisfactum est, atque etiam aliis objectionibus plurimis quæ ex quantitatum illarum natura non satis explicata desumi solent.

Superest ut de earumdem quantitatum usu quem quidem in nostra Physica aliquando usurpavimus, breviter aliquid adjungamus. Usus omnis positus est in comparandis inter se quantitatibus finitis earumque rationibus & affectionibus determinandis. Si comparatis inter

ſe binis quantitatibus finitis, negligantur differentiæ quæ earundem quantitatum reſpectu ſunt infinite parvæ, vera æqualitas haberi debet, nec ullus ne infiniteſimus quidem error committi poteſt. Etenim finitæ quantitates dicuntur illæ quæ ſunt in ſe determinatæ; infinite autem parvæ eæ vocantur quæ concipiuntur minui ad arbitrium ultra quoſcumque limites in ſe determinatos. Porro his neglectis quantitatibus, nullus error ne quidem infiniteſimus oriri poteſt; Si enim inæquales eſſent finitæ quantitates illæ, haberent differentiam aliquam in ſe determinatam. Quoniam autem quantitates infiniteſimæ minui poſſunt ultra quoſcumque limites in ſe determinatos, omnes ſimul poterunt eſſe minores differentia qualibet determinata. Itaque minus accurate loquuntur aliqui dum dicunt negligi poſſe quantitates infinite parvas, quia error eſt infinite parvus; revera enim nullus eſt. Igitur tota res huc reducitur ut nempe, ad demonſtrandam duarum quantitatum æqualitatem, oſtendatur differentiam eſſe aſſignabili qualibet differentia minorem. Hanc autem methodum accuratiſſimam omnino eſſe nullique errori obnoxiam, evidens eſt; tota enim pendet ex hoc Euclidis theoremate, nempe: *quantitates duæ ſunt æquales, ſi differentia ſit quantitate qualibet aſſignabili minor*; etenim ſi forent inæquales, differentia poſſet aſſignari; quod eſt contra hypotheſim. His fundamentis innititur calculus *infiniteſimalis* qui *primarum* & *ultimarum rationum* vel etiam *limitum* calculus, cum Nevvtono rectius appellari poteſt.

A R-

ARTICULUS III.

De figurabilitate.

I. F*Igurabilitas* appellatur illa corporum proprietas qua fit ut externa illorum superficies in longum, latum & profundum certo modo extendatur atque terminetur. Intricatissimæ a Philosophis proponi solent quæstiones duæ: 1. est: An minimæ elementares particulæ ex quibus corpora componuntur, perpetuam ac determinatam habeant figuram quæ nulla naturæ vi frangi possit: 2. autem est: An corpora per diversam minimarum particularum naturam specie distinguantur; an per solam earumdem particularum dispositionem. Sed quidquid sit de illis duabus quæstionibus speciali conclusione mox explicandis, certum est corpora in tenuitatem immanem reduci posse; quod paucis utilioribus experimentis demonstrare satis erit. Auri ductilitatem fere incredibilem contemplemur & ad calculum revocemus. Aurum malleo tunditur & in lamellas extenditur. Pes cubicus auri pondus habet librarum 1349, seu unciarum 21584; nam 16 unciæ libram parisiensem constituunt. Jam vero linea eandem habet rationem ad pedem quam habet 1 ad 144. Quare si numeri ad potentiam cubicam evehantur, erit linea cubica ad pedem cubicum ut 1 ad 2985984, hoc est, pes cubicus lineas cubicas 2985984 continet; sed pes cubicus auri pondus habet unciarum 21584; ergo si per hunc numerum antecedens numerus dividatur, quotus $138 + \frac{7392}{21584}$ exprimet quot lineas cubicas uncia auri comprehendat. Jam si ex uncia auri formetur cubus, illius latus seu

altitudo erit $5 + \frac{1}{6}$; hæc enim eſt radix cubica numeri præcedentis, quam proxime. Quare ſi numerus hic in ſeipſum ducatur, erit baſis cubi $26 + \frac{25}{36}$ linearum quadratarum. Præterea ſciendum eſt artifices qui aurum tundunt ac in tenues lamellas extendunt, unciam auri ita attenuare & in tam amplam redigere laminam, ut ex illa commode ducant 2730 bracteas quarum latera quaquaverſum ſunt linearum 34, neglectis ſegminibus quæ tamen ſunt ponderis dimidii. Jam ſi bractearum latera ſunt 34 lin. erunt in bractea qualibet lineæ quadratæ 1156, ita ut, ſi bracteæ omnes in unam denuo coeant ſuperficiem, habeatur ſuperficies linearum quadratarum 3155880, cui numero ſi vel tertia pars pro ſegminibus addatur, id eſt, ſi addas 1051960, patet opifices ex unica auri uncia efficere 4207840 lineas quadratas viſibiles; ſed hujus ſuperficiei amplitudo nempe linearum quadratarum 4207840, continet baſim iſtius cubi nempe $26 + \frac{25}{36}$, vicibus 159092. Ergo uncia auri efformata in cubum $5 + \frac{1}{6}$ lineis altum, dividitur in lamellas quadratas 159092. Porro quodlibet lineæ quadratæ latus, inſtrumenti acuti mucrone in 6 ſaltem partes dividitur, ac proinde integra quadrata linea in partes 36. Quare ſi numerus linearum quadratarum 4207840, multiplicetur per 36, nempe per numerum partium in quavis linea facile viſibilium, productum 151482240 exprimet numerum partium quæ in unica auri uncia conſpici poſſunt; quod prorſus mirum videbitur.

Sed longe major apparet auri ductilitas, ſi tenuiſſimæ aureæ lamellæ argentum ac filum ſericum circumveſtientis craſſities examinetur:

Ar-

Artifices maſſam argenteam ſumunt ponderis 8 libr. quam componunt in cylindricam figuram, altitudinis duorum pedum cum digitis 8, ſeu lin. 384, cujus peripheria eſt 2. dig. cum lin. 9 ſeu 35 lin. quæ ſi ducatur in altitudinem cylindri, ſuperficies prodibit 13440 lin. quadr. ſuperficiem hujuſmodi aureis bracteis obducunt quarum pondus ſemiunciam adæquat. Tum cylindrum ſic inauratum per diverſa laminæ chalybeæ foramina trajiciunt, & maſſam illam ita extendunt ut capillarem ſubtilitatem imitetur & in ipſa tamen ſuperficie inaurata maneat; atque hinc maſſa cylindrica in tenuiſſimum filum traducitur, cujus fili pondus grana 36 adæquat; in 150 pedes extenditur, ac proinde totus cylindrus in filum 307200 pedes longum extendi poterit; reducatur enim cylindri pondus in grana; libra gallica 16 uncias continet, hæc drachmas 8, drachma 3 ſcrupulos, hic 2 obulos, obulus 12 grana, pondus 8 libr. continebit grana 73728. Itaque ad habendam longitudinem ad quam totus cylindrus produci poteſt, dicatur 36 : 150 == 73728 ad quartum proportionalem 307200, atque hæc hæc erit longitudo tenuiſſimi fili. Ergo ſemi uncia auri in tot viſibiles partes diſtribui poteſt quot lineas complectuntur pedes 307200, nempe 44236800 lineas; ſed linea in 6 viſibiles partes ad minimum dividi poteſt; quare ſi 44236800 numerus linearum quæ in 307200 continentur, in 6 ducatur, numerus 265420800 deſignabit partes viſibiles in dimidia auri uncia. Verum poſtquam filum per anguſtiſſimum laminæ chalybeæ foramen trajectum eſt, inter duas rotas chalybeas lævigatiſſimas complanatur, & cylindrus in binas planities parallelogrammas reducitur, ac proinde numerus partium quadruplo major diſtingui poterit in te-

nuiſſima lamella quæ tamen ſemper continua & inaurata apparet; itaque numerus partium in auri ſemiuncia oculo inermi conſpicuarum erit 106168320o. Poſtquam maſſa cilindrica in prædictam longitudinem exporrecta eſt, tenuiſſimam acquirit craſſitiem ita ut illius diameter vix æqualis ſit craſſitiei auri longiſſimam argenteam lamellam veſtientis, quæ quidem craſſities a Clariſs. Reaumurio ſtatuitur non major $\frac{1}{274881}$ linææ. Imo ſi conſideremus auri bracteas non ubique ejuſdem craſſitiei, ſed in aliquibus locis duplo graciliores apparere, craſſities auri argenteam lamellam obducentis in quibuſdam partibus major non erit $\frac{1}{100000}$ unius lineæ; quæ quidem craſſities minor adhuc fieri poterit, ſi argentea lamina ſic inaurata rotis diligentius fuerit ſubacta. Rem longius deſcribere & calculi apparatum ſubjicere placuit, ob mirandam omnino & ſtupendam artis ſubtilitatem.

Quamvis tanta non ſit vitri ductilitas, hæc tamen Philoſophorum meditationibus digniſſima eſt, & artificum laboribus aliquando fortaſſe perficienda. Notiſſimum eſt artificium quo vitrum in longiſſima ſubtiliſſimaque fila protrahi ſolet. Vitri fruſtulum flammæ admovetur, vi ignis ſubigitur & in mollem veluti ceram redigitur. Quo facto, uncinus vitreus fuſo vitro adhibetur & deinde retrahitur; uncino autem retracto abducitur filum vitreum maſſæ vitreæ perpetuo adhæreſcens; filum illud uncino interceptum rotæ circumponitur, & rota rapidiſſime pro arbitrio circumagitur, atque fila vitrea ipſam rotæ circumferentiam perpetuo amplectuntur. Tanta au-

autem aliquando obtinetur filorum ſubtilitas, ut araneæ telæ tenuitatem æmulentur. Oſſervavit clariſſimus Reaumurius cum filorum tenuitate ipſam quoque flexibilitatem creſcere ita ut vitrea fila ad majorem ſubtilitatis gradum perducta pannos atque hominibus veſtimenta præbere poſſent. Hujus utilitatis ſpecimen aliquod videre eſt in puerilibus ornamentis ex mobili vitreorum filorum faſciculo contextis; talia enim ornamenta capiti impoſita capillorum inſtar flectuntur, nec franguntur aeris motu agitata. Plurima alia experimenta legere eſt in vulgaribus Phyſicorum libris qui omnium manibus teruntur.

II Admiranda plane eſt materiæ ſubtilitas ad quam ars pervenire potuit; ſed longe major eſt & omnem imaginandi vim ſuperat particularum tenuitas quam in corporibus nonnullis ipſa natura demonſtrat. Lucis radios corporaque odorifera iterum contemplari ſatis eſſet; ſed jucundiſſimum argumentum alio exemplo illuſtrare non ab re erit. Solertiſſimus naturæ indagator Leevvenhoekius in aqua per aliquot dies aſſervata exquiſiti microſcopii ope, minima obſervavit animalcula quorum mille centena millia vulgaris arenæ globuli magnitudinem non excedunt. Jam cum animalculum quodvis ſit corpus organicum, perpendamus pauliſper quam delicatulæ & ſubtiles eſſe debent partes ad ipſum conſtituendum & ad vitalem actionem conſervandam neceſſariæ. Haud facile concipitur quo pacto in tam anguſto ſpatiolo comprehendi poſſint cor quod vitæ fons eſt, muſculi ad motum neceſſarii, glandulæ ad liquores ſecernendos, ventriculus & inteſtina ad alimenta digerenda, & alia membra innumera ſine quibus animal eſſe non poteſt. Præterea cum ſingula memorata membra

bra sint etiam corpora organica, aliis carere non possunt partibus ad suas actiones necessariis. Constabunt ergo ex fibris, membranulis, tunicis, venis, arteriis, nervis & his similibus canaliculis numero fere infinitis quorum exilitas imaginationis vires longe superat. At his infinite propemodum minores esse debent partes fluidi quod per canaliculos decurrit, nempe sanguis, lympha & spiritus animales quorum in grandioribus animalibus incredibilis est subtilitas. En quanta in vilissimo animalculo portenta divinæque omnipotentiæ argumenta! Ex tanta & fere infinita *actuali* materiæ divisione evidens omnino fit a præjudicatis vulgi opinionibus longe differre mundi hujus structuram. Sibi facile persuadet imperitum vulgus, corpora magnam continere materiæ quantitatem illorumque partes singulas stricte continuas esse; cum tamen certissimum sit corpora etiam compactissima exiguam omnino & fere nullam habere materiæ portionem, eamque in tenuitatem incomprehensibilem esse divisam.

Neque hic prætermittendum est eximium problema quod analytice solvit Clarifs. Keillius in institutionibus astronomicis; Problema est hujusmodi: *Data utcumque exigua materiæ particula eam per spatium utcumque magnum ita distribuere, ut nusquam habeatur spatiolum vacuum majus data mensura utcumque exigua.* Facili ratiocinatione rem intelligere licebit. Fingamus pollicem cubicum materiæ solidæ in sphæram cavam ad Saturnum usque extendi; quod certe non repugnat, cum materia sit in infinitum divisibilis. Hæc autem sphæra exiguam habet crassitiem, omnino tamen solidam. Jam sphæra ad minima intervalla minimisque poris pertusa fingatur, ita ut poro-

rorum distantia & magnitudo, datam mensuram utcumque exiguam non excedant. Tum ex decidua materia quæ poros antea occupabat, componatur iterum sphæra quæ priori sphæræ sit quamproxime contigua. Hæc autem secunda sphæra minimis poris rursus perforata intelligatur, atque ex materiæ ramentis tertia fiat sphæra, & ita deinceps. Manifestum est hoc modo obtineri posse sphæram integram, ex aliis sphæris ita compositam ut eadem maneant phænomena quæ in præsenti hujus mundi structura cernimus, eademque servetur apparens corporum continuitas. Jam vero ad propositas quæstiones duas redeamus. Cum itaque corpora quævis corporumque partes naturæ artisque viribus in minima corpuscula dissolvantur, a Philosophis quæsitum est, num primigeniæ corporum particulæ certos habeant limites ita ut perpetuam servent figuram, atque ex sola homogenearum particularum conjunctione variaque dispositione repetenda sit diversa corporum natura, vel species. His præmissis sit

CONCLUSIO.

De perfecta minimarum particularum duritie, diversaque illarum natura nihil affirmandum videtur.

Prob. I. pars. Nihil certo affirmare licet de illis quæstionibus philosophicis quæ nulla observatione, nullo experimento nullaque satis valida ratiocinatione probari possunt; atqui &c. Ergo . . . . Prob. Min. Quod spectat observationes & experimenta, res est evidens; cum minimæ etiam corporum particulæ

quæ

quæ ab elementorum tenuitate, si quam habent, longissime distant, nullis observationibus vel experimentis subjici possint. Neque etiam metaphysicis rationibus quidquam evinci potest. Requidem vera nullum corpus perfecte durum in hac rerum universitate novimus; durissima quæque corpora in pulverem franguntur, ex silicibus ipsoque adamante fumum exprimunt solares radii in speculi ustorii foco collecti. Sed quid inde concludi poterit de primigeniis corporum elementis? nihil sane. Neque falsa demonstrari potest eorum Philosophorum hypothesis quæ simplicissima materiæ elementa atque inextensa admittit, ut jam observavimus & in sequenti articulo fusius explicabimus. Nec etiam invicte refelli possunt contrariæ opinionis patroni; quod enim de continuitatis lege proferri solet, demonstrationis vim non habere ex objectionum serie manifestum fiet.

Prob. II. pars, quæ ex prima omnino pendet. Et quidem si nos lateat utrum elementa sint simplicissima, an extensa; utrum sint perfecte dura, an artis & naturæ viribus divisibilia, multo minus de elementorum natura aliquid pronuntiare licet. Æque felici successu per diversam elementorum naturam, vel per diversam elementorum similium dispositionem explicari posse videtur diversa corporum species. Et quidem mirum est quantam specierum varietatem induant corporum partes variis motibus vexatæ atque mutatæ. Ad hoc argumentum referuntur quæ diximus in appendice ad caput tertium, atque de eadem re nonnulla adjungemus in objectionibus. His rationibus inductus Cartesius dicere ausus est; *Da mihi materiam & motum, mundumque componam:* Hic autem data occasione, depellenda est conjecta in Cartesium calumnia qua nulla gravior esse

esse potest. Dum hæc verba protulit Cartesius, materiæ creationem & supremi motoris necessitatem inficiatus non est magnus ille Philosophus, sed nihil aliud significare voluit, nisi supremum rerum omnium auctorem figura duntaxat & motu usum fuisse ad diversas corporum species distinguendas. Quod quidem breviter observatum volui, ut a falsis criminationibus religiose abstineant Auditores nostri ad pietatem magis quam ad scientias instruendi.

Objic. adversus primam partem: Physicis notissima est lex *continuitatis* qua jubetur nihil in rerum natura fieri per *saltum*, ita ut corpus ex aliquo statu ad alium transire non possit, nisi omnes percurrat status intermedios. Vi hujus legis corpus e motu ad quietem statim transire non potest, nisi singulos velocitatis decrescentis gradus traiiciat. At si aliqua sint corpora perfecte dura, jam violatur lex illa. Etenim si corpora duo perfecte dura æquali motus quantitate in partes contrarias sibi invicem occurrant, ambo post conflictum statim quiescunt; Si autem inæqualis fuerit motuum quantitas, corpus quod minorem habet velocitatem, directionem statim mutat, ut patet ex demonstratis conflictuum legibus. Unde sic argumentantur. Existere repugnat corpora illa quibus admissis violatur lex continuitatis, atqui &c. Ergo .... Resp. N. Maj. Lex continuitatis tota innititur principio rationis sufficientis. Sic enim ratiocinari solent qui hanc tuentur legem: Status in quo reperitur ens aliquod, suam habere debet rationem sufficientem cur in tali statu existat potius quam in alio. Hæc autem ratio contineri non potest nisi in statu antecedenti. Igitur status antecedens continebat aliquid ex quo natus est status subsequens; illi nempe duo status ita sunt inter se conjuncti ut nul-

nullus possibilis sit status intermedius. Si enim inter statum præsentem & antecedentem aliquis foret status possibilis, primum statum natura mutasset nondum a secundo statu determinata ac proinde sine ratione sufficiente. Hæc est vulgata apud Leibnitianos ratiocinatio. Verum de principio rationis sufficientis sæpius sermonem habuimus, illudque ita explicavimus ut in præsenti casu minime valere possit. Itaque lex continuitatis huic principio innixa tanquam universalis naturæ lex demonstrari non potest. Quidquid sit de lege illa in magnis corporibus observata, eandem legem in minimis corporum elementis vigere nequaquam evincunt instituta in magnis corporibus experimenta, nisi ostendatur ex ipsa corporum natura continuitatis legem profluere, quod certe nemo affirmaverit.

Quamvis autem perfecta elementorum durities nullo satis valido refelli possit argumento, hanc tamen ad intelligendam & explicandam specierum varietatem minime necessariam esse credimus. Neque enim vim maximam habere videntur hæc quæ vulgo afferri solent, nempe: Natura semper est uniformis; ex iisdem seminibus eædem oriuntur plantæ, eadem nascantur animalia; novæ non generantur corporum species: porro, inquiunt Nevvtoniani, si dura non sint materiæ elementa, jam vehementissimis frequentissimisque naturæ motibus jactata perpetuo frangerentur. Hinc minimæ corporum particulæ modo subtiliores, modo crassiores factæ, modo duriores, modo molliores, varias constituerent species, naturaque universa faciem perpetuo mutaret. His autem rationibus hæc in promptu esse potest responsio. Ad servandam specierum uniformitatem satis esset minima materiæ elementa nullis frangi viribus *actu* existentibus, quamvis tamen majoribus viribus

supe-

ſuperari poſſent. Præterea elementa illa viribus licet naturæ frangenda, ſuam tamen ſervare poſſent propriam unicuique ſpeciei naturam. Itaque argumentum illud ponit quod eſt in quæſtione, nempe ſpecierum diverſitatem ex ſola partium diſpoſitione pendere; quam quidem hypotheſim mox expendemus.

Objic. adverſus ſecundam partem. Per diverſam ſimilium particularum coagmentationem & diſpoſitionem ſimplicius atque elegantius explicatur ſpecifica corporum diverſitas. Et quidem infinita propemodum varietate, formam ſpeciemque mutat eadem materiæ portio. Sic metalla liquantur, ignis vi diſſolvuntur, corpora fluida imitantur, in minutiſſimum cinerem rediguntur, in alia tranſeunt corpora variaſque conſtituunt ſpecies. Hanc ſententiam confirmare videntur colorati lucis radii priſmate vitreo ſeparati; ii enim nullam coloris diverſitatem induunt. Quare minima lucis corpuſcula quæ coloratum radium conſtituunt, ſibi ſunt ſimillima. Ex ſola partium diſpoſitione fit ut corpora certos colorum radios reflectant propriumque colorem exhibeant. His poſitis, ſic ratiocinantur plerique Phyſici. Tenenda eſt ſententia illa quæ divinæ ſimplicitati magis eſt conſentanea, & innumeris experimentis confirmatur; atqui &c. Ergo ..... Reſp. N. Min. Quamvis infinita ſit Dei ſimplicitas perfectiſſimuſque illius operandi modus, exigui tamen ponderis æſtimari debent argumenta quæ inde promere ſolent Philoſophi qui divinorum operum ſimplicitatem atque perfectionem ex limitato atque imperfectiſſimo noſtro intelligendi modo metiri præſumunt. Etenim quæ nobis videntur compoſita, ſimpliciſſima omnino ſunt Deo qui omnia unico & ſimpliciſſimo intel-

lectus

lectus actu cognoſcit, itemque unico & ſimpliciſſimo voluntatis actu decernit atque exequitur.

Quod reliquas ſpectat objectionis partes, certum quidem eſt ex varia partium diſpoſitione pendere plurimas *ſenſibiles* corporum ſpecies; verum quæſtio non eſt de corporum *maſſis*, ſed de minimis *moleculis*, quæ *Elementa* ſolent appellari. Itaque mixtæ corporum ſpecies mutantur quidem, ſi naturæ vel artis viribus ſeparari vel aggregari poſſint componentes particulæ. Verum diligentiſſimis experimentis compertum eſt immutatas manere corporum ſpecies nonnullas, etiamſi vehementius torqueantur, variiſque modis utcumque vexentur. Ita ex puriori aqua, nil niſi aquam, ex igne nil niſi ignem elicere valent Chymici. Porro etiamſi corpora omnia quæ chymicis phyſiciſque experimentis agitari poſſunt, in varias tranſirent ſpecies, ad minimas corporum moleculas trahi non poſſent experimenta illa; id ergo multo minus facere licebit, ſi corporibus quibuſdam nulla mutatio vi etiam maxima inferri poſſit. Quod autem de diverſis colorum radiis in objectione adjungitur, hoc unum probat, pro varia corporum textura variaque partium diſpoſitione diverſos reflecti colorum radios; at inde minime colligitur ſimillima eſſe radiorum corpuſcula. Prolixiori reſponſioni non eſt hic locus, ſed ad colorum doctrinam pertinet. Cæterum licet in tota hac reſponſione de materiæ *homogeneitate* nihil affirmare velimus, haud potiori jure pronuntiant aliqui Philoſophi nulla eſſe nequidem duo ſimillima materiæ elementa. Tali ratiocinatione ſuam conantur probare opinionem quam *principium indiſcernibilium* appellant Leibnitiani. Si duæ ſint perfecte ſimiles materiæ portiones ita ut una alteri ſubſtitui

poſſit,

possit, *cæteris paribus*, jam nulla est ratio cur hæc vel illa hunc vel illum locum occupet, cum ambæ eundem locum occupare potuerint; id vero repugnare ajunt rationis sufficientis principio. At cum hoc principium ita generatim explicatum sæpe sæpius a nobis rejectum fuerit & valide confutatum, non est quod refellendo *indiscernibilium* principio diutius immoremur.

Ex hactenus dictis intelligitur quid sentiendum sit de pervulgatis apud nonnullos Philosophos corporum elementis. Aristoteles quatuor enumerat corporum elementa, *terram* nempe, *aquam*, *ignem*, & *aerem*, ex his autem mixta omnia componi docuit; & requidem ipsa, ex omnibus fere mixtis hæc quatuor corpora vel horum aliqua eliciunt Chymici. At patet elementa illa esse sensibilia duntaxat corporum principia, minime vero tanquam primigenia elementa considerari posse. Idem dicendum est de Chymicorum elementis. Corpus in elementa sua resolvendum, exempli causa, *vinum*, in clibanum mittunt, subjectoque igne, quasdam partes solvunt in vapores qui frigore addensati alio vase excipiuntur, fiuntque liquor acuti saporis quem *Mercurium*, *spiritum* seu *aquam vitæ* appellant. Deinde continuato igne liquorem saporis expertem exprimunt quem *Phlegma* vocant; idque facere pergunt donec glutinosa tantum materia, *Mellis* instar in clibano supersit. Materiam illam glutinosam in ampullam retortam injiciunt, & subjecto igne *Phlegma*, ut prius exprimunt: postea liquorem acidum quem iterum *Mercurium* dicunt; dein liquorem alium minus fluentem in modum olei ignique concipiendo aptum quem *Sulphur* nominant. Postremo quod in ampulla retorta superest comburunt ejusque cineres in cymbium ficti-

fictile immittunt, admixta aquæ portione quæ cum brevi tempore salis saporem referat, percolando purgatur, remanetque in cymbio fictili pulverulenta quædam & expers saporis terra quam *caput mortuum*, seu *terram damnatam* appellant. Aqua autem limpida alio vase excepta lento igne in vapores solvitur, tumque in fundo vasis superest corpus durum & *friabile*, salis speciem referens quod ideo *Salem* dicunt. Hæc quinque elementa ex vino aliisque corporibus plurimis eruunt Chymici, ex corporibus aliis horum elementorum aliqua duntaxat educunt. Hinc ex illis elementis varie permixtis omnem oriri corporum varietatem sibi facile persuadent.

His elementis tria alia substituit Cartesius qui rem totam hoc modo explicavit, seu potius implicavit. Deus creavit materiam homogeneam, hanc divisit in particulas proxime æquales, tali scilicet modo ut earum anguli spatium accurate replerent, puta in partes cubicas. Creatam & divisam materiam Deus moveri jussit ea motus quantitate quam etiamnum eandem invariatam in corporibus perseverare fingit Cartesius; hoc autem motu factum esse ait ut omnes materiæ partes circa centrum commune & singulæ circa proprium revolverentur. Ex hac rotatione mutuoque partium conflictu angulos abradi oportuit, indeque duo prodierunt ramentorum genera; aliud nempe fuit pulvis tenuissimus & agitatissimus quem materiam *æthream* vocant Cartesiani. Aliud autem emersit ex attritis fractisque partibus, sed crassiusculis & ad motum minus idoneis. Tandem partes cubicæ abrasis angulis abierunt in sphæras ad motum maxime accommodatas. Ex his tribus elementis universum dicunt compositum; & quidem

mate-

materia subtilis solem præsertim constituit nostri systematis planetarii centrum. Secundum elementum constans ex attritis particulis & in rotunditatem conformatis *globulosa* materia dicitur, spatiisque cælestibus replendis destinatur. Tertium denique elementum componit globum terraqueum cæterosque planetas. At materia *subtilis* sive *ætherea* illa est quæ replendis omnibus interstitiis sese citissime accommodat. At hoc modo philosophari, fabulari omnino est, atque hinc factum est ut hoc cartesiani systematis commentum rejiciant severiores cartesianæ Physicæ reformatores. Quod autem spectat materiam æthereams, in tota Physices serie de ea jam plura diximus. Quia vero materia illa sub sensus cadere non potest, mirum non est quod de hujus materiæ natura & proprietatibus tot hypotheses proferant Philosophi qui conjecturis delectantur. Sed de hujus materiæ usu vel potius abusu sermo deinde sæpius recurret in Physica particulari. Cæterum quod in hac quæstione prolixius quidem tractari solita rerumque physicarum copiosissima, brevius egerimus, nemo nos tanquam justo breviores reprehendat; brevissimas enim curtissimasque esse nostras hac in re cognitiones ingenue fatemur.

ARTICULUS IV.

De corporis natura.

I. CUm de universalibus corporum proprietatibus in universa Physica generali hactenus disputatum sit, hinc doctrinæ ordo postulat ut celeberrimam de corporis natura sive essentia quæstionem adgrediamur, atque tandem primæ Physices parti finem imponamus. Hic au-

autem caveri maxime debet vocum ambiguitas. Obſervavimus jam in Metaphyſica duplicem eſſe *eſſentiæ* ſignificationem; vel enim eſſentia eſt *realis*, hoc eſt, primarium illud attributum ex quo derivari poſſunt alia omnia attributa, quam quidem eſſentiam nobis ignotam eſſe demonſtravimus; vel eſſentia eſt *nominalis*, collectio nempe omnium attributorum quæ in re aliqua obſervantur. Rurſus autem attributa vel ſunt *eſſentialia*, vel *univerſalia* duntaxat; hæc autem duo probe diſtinguenda ſunt; fieri enim poteſt ut attributa quædam in omnibus corporibus deprehendantur quæ tamen ad ipſam corporum naturam non pertineant, ſed pro mera naturæ lege haberi debeant. His præmiſſis quæ quidem in Metaphyſica atque etiam in Logica accurate explicavimus, jam *corpus*, ſive *materiam* definire licet ſubſtantiam *ſenſibilem* quæ explicatas in Phyſica generali proprietates habet. Illas autem proprietates uno, ut ita dicam, oculi ictu contemplari iterumque revocare operæ pretium eſt.

II. In præcedenti definitione notandum eſt diligenter, corpus dici *ſubſtantiam ſenſibilem*; hic enim conſideramus tantum corpus *phyſicum*, nihilque de ſimpliciſſimis & inextenſis materiæ elementis affirmare audemus. Et quidem ſi elementorum naturam inveſtigantes, ea extenſa eſſe dicamus, nihil prorſus dictum videtur; rurſus enim elementa illa alias haberent partes aliaque elementa. Si autem ea extenſa non eſſe dicamus, res videtur abſurda; qui enim intelligi poteſt id quod extenſum non eſt, extenſionem aliquam conſtituere? reſpondere quidem poſſet Leibnitianus extenſionem velut *phænomenum* habendam eſſe. Verum hypotheſis illa de qua frequens mentio jam ante incidit, precaria omnino eſt, totaque

que innixa sufficientis rationis principio quod sæpe sæpius impugnavimus. Alii autem & quidem percelebres viri corporis nomine intelligunt punctorum systema pro diversis viribus attractivis & repulsivis per varias spatii *realis* loca, ad diversas distantias dispositum, ut antea explicavimus. In hac scilicet opinione nullus est contactus *immediatus*, nulla *continuitas* vera & accurata, sed *relativa* duntaxat & *apparens*. Et certe a nobis persæpe creditur continuitas vera quæ procul dubio est apparens. Si enim corpora quædam ad talem inter se distantiam constituta sint, ut sub angulo 10" minori videantur, in corpus unicum perfecteque continuum coalescere oculis apparent.

Verum hæc opinio tota fundatur in ipsa continuitatis lege quam quidem in omnibus corporibus & in minimis materiæ elementis accurate demonstratam esse, nemo affirmabit. Quæ cum ita sint, præsens quæstio difficultatis, & *periculosæ plena aleæ* nobis videtur; quare ab ullo hac in re judicio nobis abstinendum esse existimamus, subtilioremque controversiam sagacioribus ingeniis relinquimus. Unum observare satis erit, nihil omnino esse in his opinionibus quod fidei vel leviter contrarium reprehendi possit; inter animas & corpora essentiale & intrinsecum semper manebit discrimen in his duobus positum, quod materia sit sensibilis & cogitationis ac voluntatis incapax; at spiritus neque sensus nostros afficiunt neque possunt cogitare aut velle. Nec quis sibi persuadeat Metaphysicis detrahi desumptum ex materiæ extensione argumentum, quo scilicet validissime probant materiam cogitare non posse; totam enim vim retinet argumentum, etiamsi corpus physicum

constet ex simplicissimis & inextensis elementis; Si autem elementa conjuncta cogitare non possint, ea quoque seorsim cogitare repugnat. Hæc autem omnia comparari debent cum iis quæ de animæ spiritualitate in Metaphysicis institutionibus suse & magno rationum pondere explicavimus.

III. Iisdem fere difficultatibus obnoxia est gravissima alia de *impetrabilitate* controversia, an scilicet ad corporis essentiam proprietas illa pertineat. Et quidem si extensio inter essentiales corporis proprietates numerari non debeat, jam nihil absurdi videtur quod plures corporis partes eundem occupent locum; id quidem præter universales naturæ leges & corporum omnium proprietates, ac proinde non sine miraculo contingeret; at immutabili corporum essentiæ minime repugnaret. Simili ratione si admittantur in minimis & simplicissimis materiæ elementis vires quædam ad certos limites repulsivæ, ex quibus oriatur impenetrabilitas; illæ quidem vires pro naturæ legibus haberi debent, quas proinde leges supremus naturæ autor suspendere & immutare potest, ideoque ad corporum essentiam non pertinent; cum essentias rerum immutabiles omnino esse & necessarias, demonstratum sit in Metaphysica. Nec minus difficilis atque implicata evadit quæstio in hypothesi Leibnitiana juxta quam *extensio*, *locus*, *spatium* pro meris phænomenis haberi debent, ac proinde & pro mero phænomeno haberi etiam posset impenetrabilitas quæ ex notione loci omnino pendet. Igitur in hac hypothesi, extensio & impenetrabilitas sunt proprietates corporum *relativæ* duntaxat, non *absolutæ* & *essentiales*. Sed quidquid sit de quæstionibus illis, nulla ingenii subtilitate, unquam fortasse sol-

ſolvendis, certiſſimum eſt inter univerſales corporis naturalis proprietates recenſendam eſſe impenetrabilitatem.

IV. Quod ſpectat corporum vires, *gravitatis* ſcilicet, *attractionis* & *inertiæ;* illarum quidem virium effectus in rerum natura conſtanter obſervamus; ſed quid ſint vires illæ, an ad ipſam corporum eſſentiam pertineant, nobis omnino ignotum fatemur; eas velut univerſales corporum proprietates habere nobis ſatis ſit; in noſtris enim inſtitutionibus Phyſicis effectus præſertim conſideramus eoſque calculo, quantum nobis licet, æſtimamus, quod quidem ſæpe vos monitos voluimus. Probe autem obſervari debet virium illarum notio, neque credendum eſt ſibi mutuo repugnare vim inertiæ & vim attractionis. Re quidem vera, ſi omnes materiæ partes ſeſe mutuo attrahant, jam nulla erit perfecta quies in rerum natura, idque etiam verum erit in ipſa Peripateticorum ſententia. Etenim ſecundum Peripateticos, cæleſtia omnia corpora quæ intuemur, in perpetuo ſunt motu & centrum gravium in ipſo telluris centro poſitum eſt, ac proinde neceſſum eſt ad cujuſvis lapidis jactum, æquilibrio nonnihil mutato, totam telluris molem commoveri. Id quidem vi inertiæ contrarium videri poſſet; corpora enim tenderent ad motum. Verum dum dicimus per vim inertiæ corpora manere in quiete, ſecluſa vi qualibet impreſſa, res intelligenda eſt de quiete *apparente*; atque hinc patet qua ratione intelligi debeat *quieſcibilitas* inter naturales materiæ proprietates numeranda. Neque tamen dicendum eſt materiæ motum eſſe neceſſarium; cum enim vim quamlibet motricem materiæ indiderit ſupremus rerum omnium autor,

hanc eandem vim pro arbitrio potest auferre & corpora hac proprietate exuere. Tandem patet in iis quæ hactenus explicavimus, contineri etiam *figurabilitatem* quæ ex mutua attractione viriumque varietate pendet; Sed meminisse oportet *vis* nomine nihil aliud a nobis intelligi nisi effectum aliquem. Itaque corpus naturale merito definivimus substantiam sensibilem octo universalibus jam recensitis proprietatibus præditam. Probe autem notandum est proprietates illas a nobis dici *universales*, non *essentiales*. Si quis igitur corpus consideraret, omissa ex his proprietatibus aliqua, is quidem *incompletam* haberet corporis notionem, nec tamen essentiale aliquod corporis attributum prætermisisse dici posset.

V. Ex his quæ in hoc articulo explicavimus, lux fortasse aliqua accedere potest iis quæ de *materia*, *forma* & *privatione* obscure tradunt plerique *Scholastici*. Affirmant scilicet omnium corporum principium esse materiam *primam*, formam & privationem. Materiam primam definiunt, *quod neque est quid, neque quantum, neque quale, neque quidquam eorum quibus ens denominatur*. Hæc autem definitio ita potest intelligi ut materiam *indeterminate* & *abstracte* consideratam significet, non attenta illius forma. Verum ut fiat corpus aliquod *determinatum*, *formam substantialem* adjungi oportet; vocant autem formam substantialem id per quod singulæ corporum species a se invicem differunt. Hæc autem omnia licet a veteribus Philosophis paulo obscurius dicta cum recentiorum opinionibus componi fortasse possent. Etenim si in corporibus admittamus vires quasdam *motrices*, *attractivas* scilicet & *repulsivas*, ex quibus oriatur specifica corporum differentia, vires illas pro for-

mis

mis substantialibus haberi minime repugnat. Et quidem illas *substantiales* appellari nihil absurdum est; Etenim cum diversa motus directio, diversaque velocitas vi motrice diversa generentur, mutationes illæ considerari possunt tanquam *modi* qui proinde ad substantiam aliquam referri debent; atque hinc contingit ut vires motrices tanquam modorum subjectum ac proinde tanquam substantiæ appareant; qua de causa formæ substantiales satis apte appellari potuerunt. Hanc explicationem a veteri Philosophia non longe aberrare, colligitur ex ipsa formæ substantialis definitione; hanc enim his verbis definiunt Peripatetici: *Actus primus substantialis unum per se cum materia constituens: principium motus & quietis per se & non per accidens*: Ex qua definitione oritur alia forma quam *accidentalem* dicunt, quæ nihil aliud est quam *modificatio contingens*. Tandem quod spectat *privationem*, hoc vocabulum fecerunt Peripatetici, ut distinguerent corpus *factum* & *actuale*, seu, ut dicunt, *in facto esse*, a corpore *faciendo* quod vocant *in fieri*; corporis actualis duo distinguunt principia: materiam & formam. At corporis in fieri tria principia admittunt, materiam, formam & privationem. Et quidem formam substantialem præcedere debet privatio. Hæc pauca de veteris scholæ opinionibus sine ullo partium studio observata sint ut antiquos Philosophos a recentiorum quorumdam reprehensione vindicemus; aliqui enim recentiores nihil fere in veteri Philosophia inveniunt quod non rideant, & Peripateticorum opinionibus sua non magis solida & probata substituunt dogmata, seu potius figmenta. Aristotelem virum fuisse ingenio excellentem satis demonstrant plurima illius ope-

ra, quibus ſane non parum honoris & gloriæ detraxerunt aliqui interpretes. At non ſine maxima recentiorum injuria negari poſſet, in effectuum obſervatione & cognitione longe feliciorem & locupletiorem eſſe hodiernam Phyſicam, quamvis poſt longam ſæculorum ſeriem circa effectuum cauſas nihil fere plus ſcire datum ſit, nec fortaſſe dabitur unquam, donec rerum effectuumque omnium cauſam D. O. M. æternum intueamur.

APPENDIX

De quibuſdam capitis præcedentis utilitatibus.

I. AMpliſſimam meditationum Philoſophicarum copiam ſuppeditat caput præcedens, ex multis pauca utiliora ſeligemus. De ſumma corporum poroſitate perpetuiſque effluviis ſermonem habuimus; Hinc vero occaſionem nacti, quotidianas corporis noſtri mutationes & viciſſitudines contemplabimur. Accuratiſſimis obſervationibus compertum habuit Sanctorius ex octo alimentorum libris quas quis quotidie ſumeret, quinquageſimam circiter partem in corporis ſubſtantiam converti. Sumpta igitur quinquageſima parte 8 libr. provenient 5 $\frac{3}{25}$ ſemiunciæ quas ſcilicet ſingulis diebus acquirimus ac proinde per anni ſpatium corpori noſtro accedunt 58. libr. 12. $\frac{4}{5}$ ſemiunciæ, hoc eſt, pluſquam tertia pars totius corporis; tantumdem ergo per continuam diſſipationem de corporis ſubſtantia decedere debet; alioqui in enormem excreſceret molem. Jam vero ſi jactura eum in modum ſeſe haberet ut vetuſtiſſima corporis materia primum abiret, deinde quæ proxime

minus

minus vetusta est & sic per gradus ad recentissimam usque, manifestum est ita omnino dissipari corporis nostri substantiam ut post tres annos, nihil vetustæ materiæ superstes esset, alia plane ejus locum occupante. At quoniam veteres succedentesque particulæ simul pro ratione utriusque quantitatis promiscue expelli debent, fieri non potest ut omnis materia in auras avolet, etiamsi mille annos homo viveret. Rem exemplo illustrabimus. Ponatur vas aquæ plenum, continens 150 libras, ex quibus hauriantur $5\frac{3}{25}$ semiunciæ, & loco haustæ aquæ infundantur vini puri semiunciæ $5\frac{3}{25}$. Sequenti die ex hoc mixto detrahantur iterum semiunciæ $5\frac{3}{25}$, & dein adjiciantur $5\frac{3}{25}$ vini puri & ita deinceps singulis diebus per annum integrum; quæritur quantum aquæ & quantum vini post annum futurum sit. Problematis hujus solvendi modum indicabimus. 150 libræ aquæ conficiunt 4800 semiuncias, ex quibus detractis $5\frac{3}{25}$ semiunciis aquæ & iterum affusa æquali quantitate vini puri, remanent in vase $4794\frac{22}{25}$ semiunciæ aquæ cum $5\frac{3}{25}$ semiunciis vini permixtæ. Jam si secundo die ex hac mixtura rursus detrahas $5\frac{3}{25}$ semiuncias & tantumdem vini puri adjicias, illæ semiunciæ detractæ $5\frac{3}{25}$ non ex aqua pura constabunt, sed tantillum vini continent quod in eadem proportione erit ad aquam ut $5\frac{3}{25}$ ad $4794\frac{22}{25}$ id est, numerus semiunciarum aquæ residuæ post secundam detractionem erit tertius proportionalis ad 4800 & $4794\frac{22}{25}$, quod quidem evidens est. Simili ratione, tertio die detractis ex mixto semiunciis $5\frac{3}{25}$, patet numerum semiunciarum aquæ residuæ esse quartum proportionalem ad 4800

& 4794 $\frac{22}{25}$, & ita porro. Ergo completo anno, ſcilicet poſt 365^{am} extractionem, reſiduæ aquæ pondus habebitur ſumendo 366^{am} proportionalem ad 4800 & 4794 $\frac{22}{25}$, ſeu evehendo 4794 $\frac{22}{25}$ ad 365^{am} poteſtatem & dividendo per numerum 4800 itidem ad 364^{am} poteſtatem evectum, quod quidem laborioſiſſimum per plures menſes calculum poſtularet. At rem per *logarithmorum* tabulas compendioſe abſolvunt Algebriſtæ, inveniuntque poſt completum annum remanſuras in vaſe 3251 $\frac{1}{5}$ ſemiuncias aquæ ideoque 1548 $\frac{4}{5}$ ſemiuncias vini. Exemplum ad præſentem caſum transferatur. Aquæ puræ 150 libræ repræſentent materiam ex qua corpus componitur, 5 $\frac{3}{25}$ ſemiunciæ vini puri quotidie infuſi referant novam materiam corpori noſtro ſingulis diebus additam, erit materia vetus ſemiunciarum 3251 $\frac{1}{5}$ ſeu libr. 101, ſemiunciarum 19 $\frac{1}{5}$; nova autem ſubſtantia erit libr. 48, ſemiunciarum 12 $\frac{4}{5}$. Itaque corpus humanum tertiam fere ſubſtantiæ partem poſt annum integrum amittet, & protracto calculo invenitur elapſo decennio ſuperſtitem futuram eſſe dumtaxat partem quinquageſimam. Prætermittendum tamen non eſt a nobis poſitum fuiſſe omnes corporis partes æquabiliter & uniformiter diſſipari; quanquam certiſſimum ſit oſſium diſſipationem multo lentiorem eſſe quam partium fluidarum. Sed quidquid ſit, ex his ſaltem manifeſtum eſt in corporibus noſtris velociſſimam mutationem contingere, atque huic perpetuæ viſſitudini obnoxias quoque eſſe duriſſimas corporis noſtri partes; & quidem nullum eſt in corpore animali os tam durum, tam compactum quod non nutriatur ac proinde quod non mutetur & partem ſui amittat novamque recuperet.

Ec-

Ecquis non mirabitur omnipotentem Dei manum quæ in corporis nostri structura, tot subtilissima disposuit instrumenta ad nutritionem & evaporationem necessaria! At singulos ætatis humanæ gradus diversosque corporis nostri status paulo attentius contemplemur. In puerili ætate partes sunt tenellæ, viscosæ, aqua abundant, infinitisque canaliculis perforatæ, quos quidem canaliculos in ossibus, membranis, cartilaginibus, vasorum tunicis, tendinibus & in cute ipsa demonstrant injectiones anatomicæ. Hinc fit ut vis quæ in corpore animali motus principium est, quæcumque sit vis illa, molliores partes facilius extendat. Progressu temporis robustiores fiunt partes atque confirmantur, in adulta scilicet ætate; atque id tandiu fit, donec tandem extendendis solidis haud amplius satis sint cordis vires. Attamen facile adhuc flexibilis manet *cellularis* textura, multis in locis pinguedinem sanguinemque admittit; hinc pinguiores fiunt adulti ad certum usque tempus, nec tamen crescunt. Provecta ætate textura cellularis fit crassior, rigescunt senum ossa, cartilagines in ossa convertuntur, vasa excretoria comprimuntur, minima orificia clauduntur, secretiones minuuntur, sanguis exsiccatur, & in singulis corporis partibus terrestrem veluti humorem deponit. Hinc partes omnes duriores observantur, hinc crustæ osseæ in ipsis arteriis, in ossium superficie & maxime in vertebris deprehenduntur. His gradibus ad senectutem mortemque ipsam pergimus, solvitur tandem fragilis hæc corporis nostri machina iterum reparanda & ad meliorem æternamque vitam revocanda.

II.

II. *Resurrectio mortuorum*, inquit S. Augustinus ferm. 150. *præcipua fides Christianorum*: Et quidem, *statutum est hominibus semel mori, post hoc autem judicium*: Ait S. Paul. ad Hebr. 9. Itaque cum increduli quidam impiique homines, ex iis quæ num. præced. diximus plurima objiciant resurrectionis dogmati contraria, hinc officii nostri partes esse duximus sanctum illud religionis decretum spei timorisque plenum a cavillationibus vindicare. Quomodo, inquiunt, eæ corporis particulæ quæ per insensibilem transpirationem assidue evanescunt, in idem corpus iterum coalescent? Illæ eædem particulæ in alia corpora, in aliorum hominum substantiam transeunt; objectioni vim addere conantur, fingendo hominum corpora ab animalibus carnivoris vel antropophagis hominibus absorpta. Qua ratione fieri poterit ut unusquisque carnem suam repetat atque revocet? cum unius hominis caro in carnem alterius transmigraverit. Porro quamvis *corporum resurrectio solius divinæ potestatis opus sit cujus causas & rationem temere quis investigaret*, ait Athenagoras de mortuorum resurrectione, everti tamen debent argumenta quibus fidem nostram oppugnare conantur religionis hostes. Igitur quamvis corporis nostri materia per insensibilem transpirationem avolaverit & in belluæ carnivoræ aut barbari hominis substantiam transiverit, Deus eandem discernet & corpori cujus erit, restituet. Particulæ omnes quæ ab ortu ad mortem usque corpus nostrum per diversas ætates compegerunt, nobiscum non resurgent; tunc enim enormis magnitudinis monstra excitaremur. Deus eam nobis restituet quam ipse decrevit magnitudinem, de qua quidem magnitudine nihil fides docet. Nihil autem a ratione alienum

est

est, imo ratio ipsa demonstrat Deum omnipotentem dispersas materiæ particulas quæ uniuscujusque hominis substantiam per totum vitæ decursum componebant, colligere & eligere posse atque in eam quam jubet magnitudinem revocare: *ita modificabitur illa in unoquoque materies ut nec aliquid ex ea pereat & quod alicui defuerit, ille suppleat qui etiam de nihilo potuit quod voluit operari*. Ut ait S. Augustinus in Encheiridio cap. 90. Quamvis ergo mortuorum resurrectio & omnes quæ ad eam pertinent mutationes *divinæ sint potestatis opus* altissimumque mysterium, id tamen rationi minime contrarium est & certa fide tenendum, omnes homines in propria carne resurrecturos, ante divini judicis tribunal constituendos, ut probi donentur præmio, improbi autem supplicio mancipentur.

III. Quamvis in adorando Eucharistiæ Sacramento potentiæ, amoris & benevolentiæ thesauros effuderit & explicaverit Christus Dominus, non desunt tamen ingratissimi impiissimique homines qui ad oppugnandum illud divinæ bonitatis mysterium, in disputationibus philosophicis de corporum natura ineptissimas cavillationes quærunt & audacissime jactitant. Cavendum quidem est ne sacrosancta religionis mysteria curiosius scrutari atque explicare præsumant Philosophi; Si enim opinio aliqua aut theologica aut philosophica mysterii rationem ita afferat ut nullum fidei locum relinquat, hæc statim rejicienda est atque detestanda. At omnes ingenii sui vires intendere debent religiosi verique Philosophi ut sanctissima fidei dogmata ab impiorum hominum conatibus defendant, eaque supra rationem esse, non tamen rationi contraria, ostendant. Quatuor sunt argumenta philosophica quæ Nova-

tores maxime jactare solent. 1. *Corpus Christi simul esse in pluribus locis*. 2. *Corpus Christi veras non habere corporis propietates, non esse quantum, locum non occupare*; 3. *Accidentia panis & vini remanere post factam consecrationem sine subjecto*: 4. *Accidentia illa habere omnes proprietates substantiæ*. Ex illis objectionibus duæ pertinent ad corpus Christi, duæ aliæ ad accidentia; quæ quidem omnes ex dictis de corporis natura facile refelluntur. Quod duas priores objectiones spectat, patet rationi contrarium non esse illum existendi modum quo Christum in Eucharistia existere certa fide docemur. Etenim de ipsa corporis essentia non consentiunt inter se Philosophi; imo plurimi apud ipsos Novatores cultissimi doctissimique Physici extensionem & impenetrabilitatem ad corporis essentiam non pertinere sine ulla dubitatione affirmant; in qua quidem sententia duæ priores objectiones evanescunt. Certissimum omnino est corpus Christi in Eucharistia suam habere *quantitatem*; nempe partes revera sunt diversæ & extra se invicem; alioqui non esset corpus humanum. At quantitas illa quam habet corpus Christi in Eucharistia dicit quidem extensionem partium *in ordine ad se*, seu per eam quantitatem fit ut pars sit extra aliam partem; sed non dicit extensionem *in ordine ad locum*, hoc est, per eam non fit ut pars occupet locum. Igitur corpus Christi in Eucharistia nec *definitive*, nec *circumscriptive* continetur; non quidem definitive; nam corpus Christi contineri definitive sub *speciebus*, est ita sub illis existere ut non sit alibi, quod repugnat fidei quæ docet Christum esse in cælis & in hostiis consecratis. Neque continetur circumscriptive; nam contineri circumscriptive est respondere variis

spa-

ſpatii partibus; At corpus Chriſti non reſpondet variis ſpatii partibus, cum non habeat extenſionem impenetrabilem. Ille quidem exiſtendi modus nullum in rebus creatis exemplum habet & miraculis plenus eſt, ac proinde merito vocatur *ſacramentalis*, ſeu modus qui ſoli Sacramento conveniat. At modum illum exiſtendi abſurdum non eſſe & divinæ omnipotentiæ ac rationi non repugnare, patet ex iis quæ de extenſione, impenetrabilitate, loco & ſpatio, fuſe diſſeruimus.

Quod ſpectat *accidentia*. Accidentium nomine intelligunt panis & vini qualitates, *colorem*, *quantitatem*, *ſaporem*. Eæ autem qualitates remanent in Euchariſtia, iis afficiuntur ſenſus noſtri, facta conſecratione. Qualitates illæ a Concilio Lateran. IV. vocantur: *Panis & vini ſpecies*: a Concilio Conſtantienſi dicuntur: *accidentia panis & vini*; Concilium Tridentinum Lateranenſis Concilii phraſim retinuit. Obſervandum eſt duplicem a Peripateticis diſtingui *quantitatem*: aliam *internam*, *externam* aliam. Primam dicunt partes *entitativas* & *ſubſtantiales* quæ ita ſunt de eſſentia corporis ut iis ſublatis deſtruatur corpus. Hæc quantitas corpus extendit in ordine ad ſe, hoc eſt, partes entitativas alias extra alias ita conſtituit, ut entitas partis unius, tota ſit extra entitatem partis alterius & tamen omnes in eodem loco repeciantur. Quantitas externa nihil eſt aliud quam extenſio ſenſibilis quæ partes jam extenſas in ordine ad ſe, extendit in ordine ad locum. Hæc Peripateticorum opinio aliqua ex parte convenit cum hypotheſi Leibnitiana quæ corporum partes ab ipſa extenſione diſtinguit, ſed extenſionem ſenſibilem velut merum phænomenum, non tanquam aliquid ſubſtantiale aut accidens abſolutum admit-

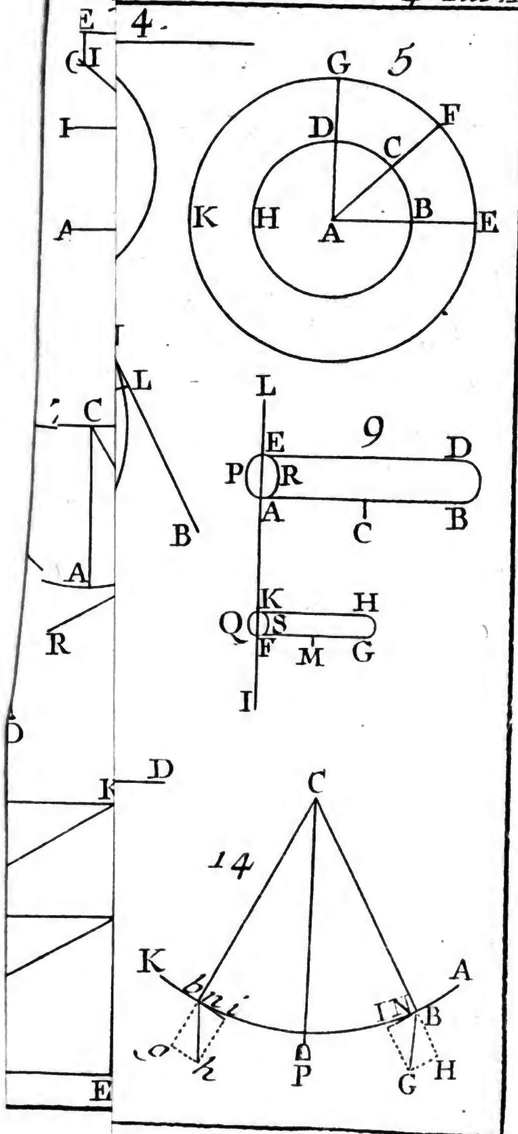
mittit. De fide eſt, accidentia remanere ſine ſubjecto *ſubſtantiali* panis & vini; at de fide non eſt ea non habere ſubjectum aliquod accidentale. Accidentia manere ajunt plerique Theologi in panis & vini quantitate *externa* ſcilicet, quæ remanet in Euchariſtia conſecrata, & quantitatem illam aliaſque ſenſibiles qualitates *accidentia abſoluta* appellant, eo quod ſine ullo ſubjecto maneant. Novam opinionem excogitavit aut ſaltem maxime illuſtravit atque amplificavit Magnanus noſter. Species ſenſibiles quas *intentionales* vocat, non aliud eſſe docet quam actionem ipſam objectorum in ſenſus. Cum autem in Euchariſtia non ſuperſit panis ſubſtantia, in ſenſus illa agere non poteſt; ſed Deus per ſeipſum ſoloque imperio ſupplet actionem ſubſtantiæ panis, facta in ſenſibus noſtris eadem *modificatione* ſive impreſſione quam panis ante conſecrationem producebat. Unum hic diligenter monere oportet Concilia Lateranſe, Florentinum & Tridentinum *accidentium* nomen non uſurpaſſe, ſed *ſpecierum*. Quæ cum ita ſint, catholica fide certum ac definitum non eſt accidentia abſoluta ad fidem pertinere; ſed hoc certiſſime tenendum eſt totam panis & vini ſubſtantiam converti ſeu tranſmutari in corpus & ſanguinem Chriſti; ſpecies vero ſeu accidentia remanere fidei autoritate & ſenſuum judicio indubitatum eſt; Verum quid ſint & in quo conſiſtant ſpecies illæ, Eccleſia non pronuntiavit. Quamobrem dum Synodus Conſtantienſis damnavit hanc Wicleffi propoſitionem: *In Euchariſtia non manent accidentia ſine ſubjecto*: cenſent Theologi cenſuram non cadere in accidentia, ſed in accidentium ſubjectum, ſcilicet in ſubſtantiam panis & vini quam ſupereſſe dicebat Wicleffus. Quod autem nutritionem

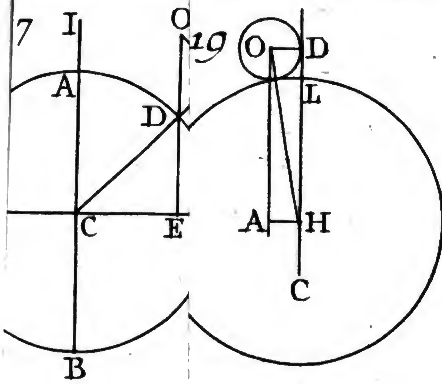
nem

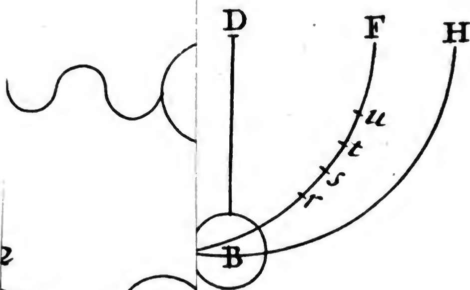
nem spectat, responderi solet vel Deum aliam substituere materiam qua corpora nutriantur, vel per se corpora nostra sustentare; qui enim corpora ex nihilo produxit, potest haud dubie illa sustentare ac nutrire. Itaque ex his omnibus concludere licet sacrosanctum Eucharistiæ mysterium incomprehensibile quidem esse & ineffabile, non tamen a divina omnipotentia & ratione alienum. Quare hanc appendicem absolvemus Concilii Tridentini verbis sess. 13. cap. 1. ubi sermo est de ratione qua Christus est in Eucharistia : *Etsi eam verbis exprimere vix possimus, possibilem tamen esse Deo, nosque cogitatione per fidem illustrata assequi eam posse & constantissime credere debere:* quæ quidem verba non de hoc Sacramento tantum, sed de aliis omnibus fidei nostræ mysteriis sancte tenenda sunt.

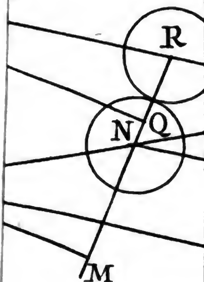
FINIS.

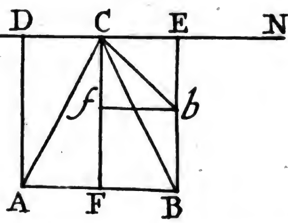


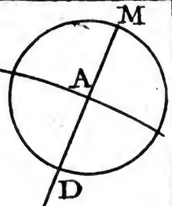

4.
E
G I
H
A
L
C
A
R
B
D
K
E
5
G
F
D
C
K
H
A
B
E
L
9
E
D
P
R
A
C
B
K
H
Q
S
F
M
G
I
C
14
K
A
I N B
P
G
H
h

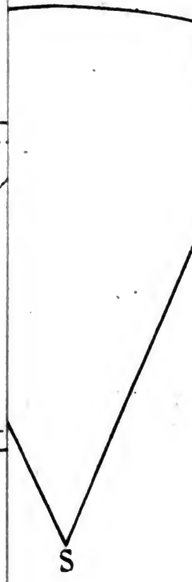

7
I
A
D
C
E
B
O
19
O
D
L
A
H
C


1.
D
F
H
u
t
s
r
B


2
R
N
Q
M


23.
D
C
E
N
f
b
A
F
B





24.





